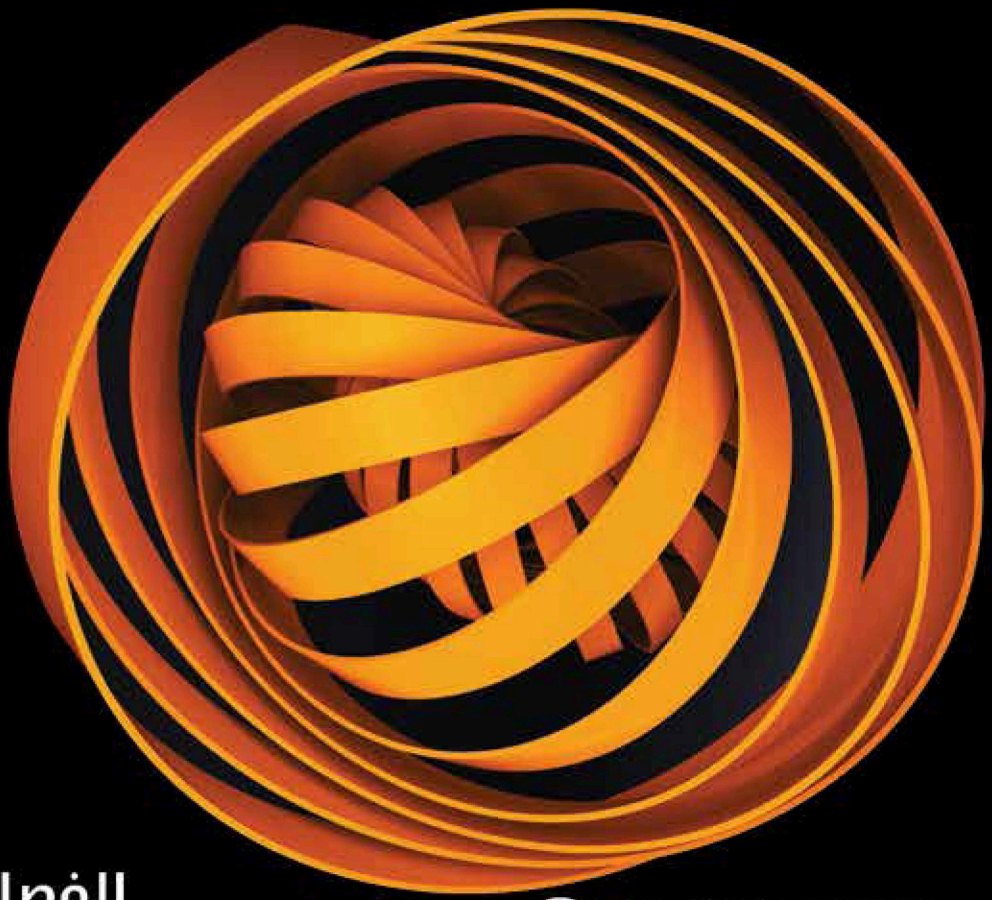
سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

رؤية عمان 2040
نتقدم بثقة
Moving Forward with Confidence

الرياضيات

كتاب النشاط

٩



الفصل الدراسي الثاني

الطبع التجريبية ١٤٤٥ هـ - ٢٠٢٣ م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS



سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

كتاب النشاط



الفصل الدراسي الثاني

الطبعة التجريبية ١٤٤٥هـ - ٢٠٢٣م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢٠ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمت مواءمتها من كتاب النشاط – الرياضيات للصف التاسع – من سلسلة كامبريدج للرياضيات IGCSE، كتب الأنشطة الأساسية والموسعة للمؤلفَين كارين مورّيسون ونيك هامشاو.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج رقم ٤٠ / ٢٠٢٠.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ٣٠٢ / ٢٠١٩ واللجان المنبثقة عنه

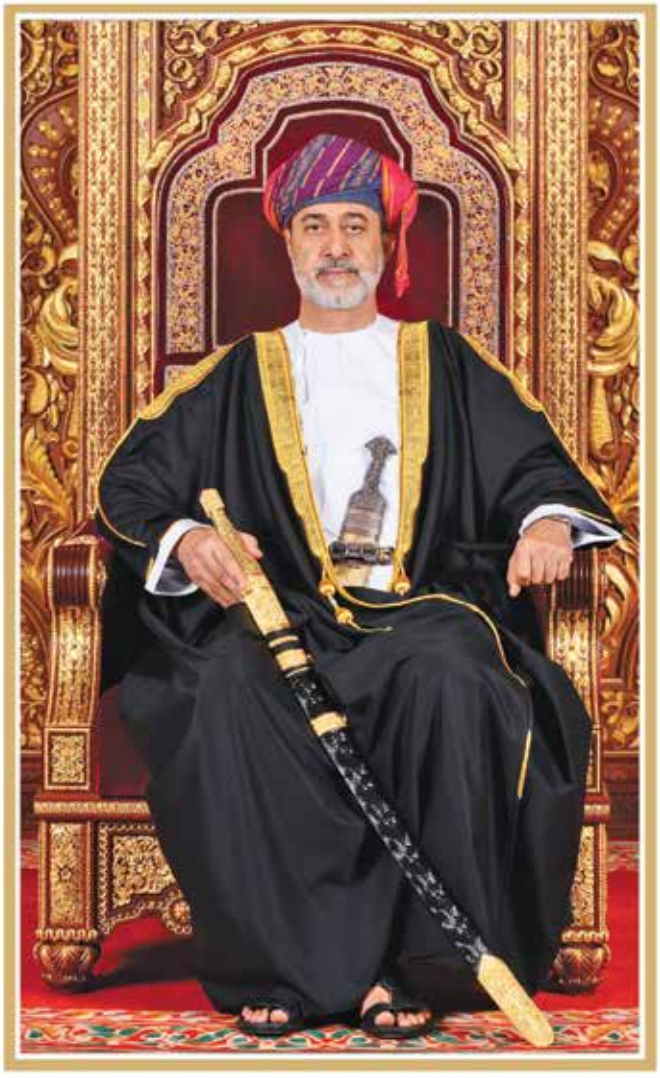


جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم

لا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملاً أو مجزّأً أو ترجمته أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال إلا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.



المغفور له
السلطان قابوس بن سعيد
-طيّب الله ثراه-



حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المعظم
-حفظه الله ورعاه-

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)





النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يـا رَبَّنـا احْفَـظْ لنـا جَـلالَـةَ الـسُّـلْـطـان
وَالشَّعْـبَ فـي الأَوْطـان بِـالْـعِـزِّ والأَمـان
وَلْـيَـدُمْ مـؤَيَّـدًا عـاهِـلاً مُـمَـجَّـدًا
بِالنُّفـوسِ يُفْتَـدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فـارْتَقـي هـامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ ضياء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مُكوِّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقررات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلاب، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسومات. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلاب النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

المُقدِّمة xiii

الوحدة العاشرة: النِّسَب المئوية والنسبة والتناسُب

١٠–١ النِّسَب المئوية ١٥

١٠–٢ التعامُل مع النسبة ٢٠

١٠–٣ النسبة ومقياس الرسم ٢٣

١٠–٤ التناسُب ٢٦

١٠–٥ زيادة أو نقصان الكمّية بنسبة مُعطاة ٣٠

تمارين مُتنوِّعة ٣٢

الوحدة الحادية عشرة: التحليل وحلّ المُعادلات التربيعية

١١–١ فكّ أكثر من مجموعتَي أقواس ٣٤

١١–٢ تحليل العبارات الجبريّة إلى عوامل ٣٦

١١–٣ حلّ المعادلات التربيعية ٤١

١١–٤ مسائل تطبيقية على حلّ المُعادلات التربيعية ٤٣

تمارين مُتنوِّعة ٤٤

الوحدة الثانية عشرة: التطابُق والتشابُه

١٢–١ التطابُق ٤٨

١٢–٢ التشابُه ٥٢

١٢–٣ تطبيقات على التشابُه ٥٧

تمارين مُتنوِّعة ٥٩

الوحدة الثالثة عشرة: الزمن والمُعدَّلات

١٣–١ الزمن ٦٣

١٣–٢ المُعدَّلات ٦٨

تمارين مُتنوِّعة ٧١

الوحدة الرابعة عشرة: التمثيل البياني للدوال

١٤–١ التمثيل البياني للدوال التربيعية ٧٢

١٤–٢ رسم التمثيل البياني للدوال التي تأتي في صورة: ص = $\frac{أ}{س}$ ، س ≠ ٠ ..... ٧٧

١٤–٣ حل المُعادلات التربيعيّة بيانيًّا ٨٢

١٤–٤ استخدام التمثيلات البيانية للدوال لحلّ مُعادَلات خطّية ومُعادلات غير خطّية آنيًّا ٨٥

١٤–٥ المزيد من التمثيلات البيانيَّة غير الخطّية ٩١

تمارين مُتنوِّعة ٩٨

الوحدة الخامسة عشرة: النموّ الأُسّي والاضمحلال الأُسّي

١٥–١ فهم النموّ الأُسّي والاضمحلال الأُسّي ١٠١

١٥–٢ التمثيلات البيانية للنمو الأُسّي والاضمحلال الأُسّي ١٠٣

١٥–٣ تطبيقات حياتيّة على النموّ الأسّي والاضمحلال الأسّي ١٠٨

تمارين مُتنوِّعة ١١٠

الوحدة السادسة عشرة: المساحة والحجم

١٦-١ مُحيط ومساحة الأشكال ثُنائية الأبعاد ١١٢
١٦-٢ مُحيط الدائرة ومساحتها ١١٧
١٦-٣ مساحة الأشكال ثُلاثية الأبعاد وحجمها ١٢٢
تمارين مُتنوِّعة ١٣٠

الوحدة السابعة عشرة: النقود

١٧-١ سعر الصرف ١٣٤
١٧-٢ المكسب ١٣٦
١٧-٣ اقتراض النقود واستثمارها ١٣٧
١٧-٤ البيع والشراء ١٤٢
تمارين مُتنوِّعة ١٤٥

المُقدِّمة

ألَّف كتاب النشاط معلمون ذوو خبرة ليتماشى مع كتاب الطالب.

يحتوي الكتاب على العديد من التمارين، إضافة إلى خلاصات مفيدة جاءت على هيئة نقاط للتذكير بالأفكار الرئيسية للوحدة، ونصائح مفيدة وُضعت في إطارات خاصة بها يستخدمها أي طالب بحاجة إلى المزيد من الدعم. تعتمد بنية الكتاب على ربط كل تمرين فيه بتمرين مماثل له في كتاب الطالب.

تتضمّن كل وحدة العديد من التدريبات مُمثَّلة في تمارين 'تطبيقية' مباشرة، تتكوَّن من أسئلة متسلسلة في الصعوبة ومُتكرِّرة، بحيث تتيح للطالب التدرُّب على طرق يمكن تطبيقها على كل موضوع فرعي. وترِد في نهاية كل وحدة 'تمارين متنوِّعة' تجمع مختلف الموضوعات الفرعية للوحدة بطريقة تجعلك تقرّر بنفسك الطرائق التي يجب استخدامها. يتم توفير الإجابات عن كل هذه الأسئلة في دليل المعلم.

تم تأليف الكتاب بتكامل واضح من البداية إلى النهاية، مع بعض الوحدات اللاحقة التي تستدعي المعرفة المُكتسَبة في الوحدات السابقة. وترد إشارات مفيدة تربط محتوى الوحدات، مما يسمح لك بمتابعة المادة التعليمية من خلال الكتاب: فكما تُعرَض فقرة خاصَّة بالمعارف المُتعلِّقة بمحتوى الوحدات السابقة عنوانها 'سابقًا'؛ تُعرَضُ بالمقابل فقرة أخرى تتعلَّق بالمعارف التي ستتم دراستها لاحقًا عنوانها 'لاحقًا'. وفيما يأتي مثالان على الفقرتين:

سابقًا

ستطبِّق العلاقات بين الزوايا في الخطوط المستقيمة المتوازية عندما يتضمَّن الشكل الرباعي أضلاعًا متوازية.

سابقًا

ستتعلم لاحقًا المزيد عن المجموعات في الوحدة التاسعة. والآن، فكِّر في المجموعة على أنها قائمة من الأعداد أو البنود الأخرى التي غالبًا ما توضع بين حاصرتَين.

إذا كان الجزء العددي في الصيغة العلمية عددًا كاملاً، فلا حاجة إلى إضافة فاصلة عشرية.

مُساعَدة

في المسائل اللفظية التي لا تتضمَّن رسمًا، قد يساعدك الرسم التقريبي على إيجاد الإجابات.

تُعدّ القُدرة على ترجمة المسألة اللفظية إلى عبارة جبرية استراتيجية مُفيدة في حل المسائل. تذكّر أنك تستطيع استخدام أي حرف كمُتغيِّر شرط أن توضِّح معناه.

تتضمَّن الإرشادات المفيدة في هوامش الكتاب ما يأتي:

مفاتيح: تحتوي هذه المستطيلات ذات اللون الرمادي الفاتح على تعليقات عامَّة تذكِّرك بالمعلومات أو المفاتيح المهمة والمفيدة عند التعامل مع تمرين ما وأنت بمطلق الأحوال مُستفيدٌ من معرفتها. غالبًا ما تُقدم معلومات أو دعمًا إضافيًا في موضوعات يُحتمل أن تكون مُلتبِسة.

مساعدة: تحتوي هذه المستطيلات على نصائح تتعلَّق بالطريقة الرياضية الجيدة للإجابة عن الأسئلة. وهي تُغطّي الأخطاء الشائعة بناءً على تجارب المؤلفين مع طلّابهم، وتمنحك أشياء يجب أن تتذكَّرها أو أن تكون حذرًا منها لتكون ناجحًا في دراساتك.

الوحدة العاشرة: النِّسَب المئوية والنسبة والتناسُب

١٠-١ النِّسَب المئوية

- لإيجاد النسبة المئوية لكمِّية ما، أوجد ناتج ضرب النسبة المئوية بالكمِّية.
- لتجد زيادة كمِّية ما أو نقصانها بنسبة مئوية مُحدَّدة، أوجد كمِّية النسبة المئوية، ثم زدها أو اطرحهامن الكمِّية الأصلية.

تمارين ١٠-١-أ

١) أكمل الجدول التالي بإيجاد النسبة المئوية للزيادة أو النسبة المئوية للنقصان، مقرّبًا إجاباتك إلى أقرب منزلة عشرية واحدة.

	الكمِّية الأصلية	الكمِّية الجديدة	النسبة المئوية للزيادة أو للنقصان
أ	٤٠	٤٨	
ب	٤٠٠٠	٣٦٠٠	
ج	١,٥	٢,٣	
د	١٢٠٠٠	١٢٤٠٠	
هـ	١٢٠٠٠	٨٦٠٠	
و	٩,٦	١٢,٨	
ز	٩٠	٢٤٠٠	

تمارين ١٠-١-ب

١) أوجد قيمة ما يلي:

أ زيادة ٤٨ ريالاً عُمانيًّا بنسبة ١١٤٪

ب زيادة ٧٠٠ ريال عُماني بنسبة ٣٥٪

ج زيادة ٣٠ ريالاً عُمانيًّابنسبة ٧,٦٪

د زيادة ٤٠٠٠٠ ريال عُماني بنسبة ٠,٥٩٪

هـ زيادة ٩٠ ريالاً عُمانيًّابنسبة ٩,٥٪

و زيادة ٨٠ ريالاً عُمانيًّا بنسبة ٢٤,٦٪

٢) أوجد قيمة كل مما يلي:

أ نقصان ٦٨ ريالاً عُمانيًّا بنسبة ١٤٪

ب نقصان ٨٠٠ ريال عُماني بنسبة ٣٥٪

ج نقصان ٩٠ ريالاً عُمانيًّابنسبة ٧,٦٪

د نقصان ٢٠٠٠٠ ريال عُماني بنسبة ٠,٥٩٪

هـ نقصان ٨٥ ريالاً عُمانيًّابنسبة ٩,٥٪

و نقصان ٦٠ ريالاً عُمانيًّا بنسبة ٢٤,٦٪

٣) توفّرت ٧٥٢٥٠ بطاقة دخول إلى إحدى مباريات كرة القدم، وتمّ بيع ٦٢٪ من تلك البطاقات في يوم واحد. ما عدد البطاقات المُتبقّية؟

٤) يملك أحمد ١٥٪ من أسهم إحدى الشركات. إذا كان عدد أسهمها ١٢٠٠٠، فما عدد أسهم أحمد؟

٥) إذا كانت تكلفة بناء إحدى العمارات ١٢٥٠٠٠ ريال عُماني، وتم عرضها للبيع بقيمة تزيد عن قيمة التكلفة بنسبة مئوية مقدارها $٣\frac{١}{٢}$ ٪، فما قيمة العمارة الآن؟

٦) في إحدى مباريات كُرة السلَّة، أصاب محمود ١٨ رمية من أصل ٨٢ رمية. ما النسبة المئوية لعدد الضربات التي أصابها محمود؟

٧) قرَّرت إحدى الشركات وضع ميزانية مقدارها ٢٤٠٠٠ ريال عُماني للإعلانات، وأنفق قسم التسويق في الشركة ٣٤,٦٪ من الميزانية. ما المبلغ المُتبقّي في الميزانية؟

٨) يبلغ راتب جمال ٦٠٠٠ ريال عُماني في السنة. إذا حصل على زيادة سنوية بنسبة ٣,٨٪، فكم سيكون راتبه السنوي؟

٩) أعلنت إحدى الشركات أن الجبن الذي تُسوِّقه خالٍ من الدهون بنسبة مئوية مقدارها ٩٩,٥٪. إذا كان هذا صحيحًا، فكم غرامًا من الدهون سيكون في قطعة جبن كتلتها ٥٠٠غرام؟

١٠) تكسب سلمى ٢٥ ريالاً عُمانيًّا في اليوم. عُرِض عليها زيادة مقدارها ٧ ريالات عُمانية في اليوم، أو زيادة بنسبة مئوية مقدارها ٢٠٪. أي العرضَيْن أفضل لها؟

تمارين ١٠-١-ج

١) دفعت سعاد ٤٠ ريالاً عُمانيًّا لشراء مجموعة من الأقراص المُدمَجة بعد خضوعها لخصم نسبته ٢٠٪. ما السعر الأصلي لمجموعة الأقراص المُدمَجة؟

مُساعَدة

يحتاج إيجاد الكمِّية الأصلية إلى استخدام النِّسَب المئوية العكسية. لاحظ توفُّر عدَّة طرق مختلفة لذكر 'الكمِّية الأصلية' مثل: الكمِّية السابقة، أو الكمِّية قبل الزيادة، أو الكمِّية قبل النقصان، وهكذا...

٢) عدد طلاب الصف الثامن في إحدى المدارس الكبيرة ٢٤٠ طالبًا، حيث يُمثِّل عدد طلاب الصف الثامن ٢٠٪ من عدد طلاّب المدرسة.

أ كم عدد الطلاب الكلّي في المدرسة؟

ب كم عدد الطلاب في الصفوف المُتبقّية (غير الصف الثامن)؟

٣) حصل طارق على زيادة نسبتها ١٥٪ على راتبه الشهري، ليصبح ١٧٢,٥٠٠ ريالاً عُمانيًّا. كم كان راتبه قبل الزيادة؟

٤) في هذا الصيف، رفعت إحدى مُدن الألعاب رسوم الدخول بنسبة ٢٥٪ عن العام الماضي، لتصبح ١٥,٠٠٠ ريالاً عُمانيًّا. خلال هذا الصيف، انخفض عدد الزوّار في مدينة الألعاب بنسبة ٨٪ عن العام الماضي، ليصبح ٢٥٥٣٠ زائرًا.

أ كم كانت رسوم الدخول في الصيف الماضي؟

ب كم كان عدد زوّار مدينة الألعاب في الصيف الماضي؟

ج لو بقيت رسوم الدخول إلى مدينة الألعاب في هذا الصيف كما كانت في الصيف الماضي من دون زيادة، وكان مقدار نسبة الأرباح على رسوم الدخول ٣٠٪، فكم ستكون قيمة الربح بالريال العُماني؟

١٠-٢ التعامُل مع النسبة

- النسبة هي مُقارَنة بين كمّيتَين أو أكثر، لهما نفس وحدة القياس. يتمّ التعبير عن النسبة عمومًا في صورة أ : ب. حيث ب لا تساوي ٠
- يجب كتابة النسبة في أبسط صورة لها، وذلك بأن تضرب أو تقسم، على العامل نفسه.
- يمكن تقسيم الكمّيات في النسبة إلى حصص. ولإجراء ذلك، أوجد عدد الأجزاء المُتساوية في النسبة، ثم قيمة كل حصّة. مثلاً، النسبة ٢:٣ تعني أن هناك ٥ أجزاء مُتساوية ستُوزَّع على حصَّتَين. الحصّة الأولى تساوي $\frac{٣}{٥}$ من الكمّية الكلّية، والحصّة الثانية تُساوي $\frac{٢}{٥}$ من الكمّية الكلّية.

تمارين ١٠-٢-أ

١) اكتب كلًّا من النِّسَب التالية في أبسط صورة:

أ $٢\frac{٣}{٤} : ٣\frac{٢}{٣}$

ب $١\frac{١}{٢}$ ساعة: ١٥ دقيقة

ج ١٧٥ سم إلى ٢ م

د ٦٠٠ غم إلى ٣ كغم

هـ ١٢,٥ غم إلى ٥٠ غم

تمارين ١٠-٢-ب

١) أوجد قيمة س في كل من الحالات التالية:

أ ٢ : ٣ = ٦ : س

ب ٢ : ٥ = س : ١٠

مُساعَدة

يمكنك استخدام الضرب التبادُلي لكتابة مُعادلة بدلالة س وحلّها.

ج ٢ : س = ٣ : ٢٤

د س : ١٢ = ٢ : ٨

هـ ١٠ : ١٥ = س : ٦

و $\frac{٢}{٧} = \frac{س}{٤}$

ز $\frac{٥}{س} = \frac{١٦}{٦}$

ح $\frac{س}{٤} = \frac{١٠}{١٥}$

ط $\frac{س}{٢١} = \frac{١}{٣}$

ي $\frac{٥}{س} = \frac{٣}{٨}$

تمارين ١٠-٢-ج

١) مع سعيد حبل طوله ١٦٠ سم. يريد تجزئته إلى جُزأين بنسبة ٣ : ٥، ما طول كل جزء منهما؟

٢) لتحضير إحدى الوصفات، تريد حنان مزج الزيت والخل بنسبة ٣:٢، احسب كمّية الزيت وكمّية الخل اللازمتَين لوصفة حنان، إذا أرادت تحضير الكمّيات المُعطاة أدناه من صوص السلطة بالمل:

أ ٥٠ مل

ب ٦٠٠ مل

ج ٧٥٠ مل

٣) قياسات زوايا المُثلَّث أ ب ج مُتناسبة بنسبة أ : ب: ج = ٢ :١: ٣، ما قياس كل زاوية؟

٤) قطعة معدنية تحتوي على ثلاثة أجزاء فضّية وجُزأين نحاسيَّين (بدلالة الكتلة). إذا كانت كتلتها ١٣٥٠ ملّيغرامًا، فكم ملّيغرامًا من الفضّة تحتوي؟

١٠-٣ النسبة ومقياس الرسم

- مقياس الرسم هو نسبة يمكن التعبير عنها في صورة الطول في الرسم: الطول الحقيقي.
- تتمّ كتابة كل مقاييس الرسم في صورة ١ : ن أو ن : ١
- لتُحوِّل نسبة، بحيث يكون أحد حدَّيها مُساويًا للعدد ١، عليك أن تقسم الحدَّين على العدد الذي تريد تحويله إلى ١؛ ففي النسبة ٢ : ٧ مثلاً، إذا أردت تحويل العدد ٢ إلى ١، اقسم الحدَّين على ٢، لتكون النتيجة ١ : ٣,٥

تمارين ١٠-٣-(أ، ب)

١) اكتب كل نسبة من النسب التالية في صورة ١ : ن

أ ٩ : ٤

ب ٤٠٠ م : ١,٣ كم

ج ٥٠ دقيقة : $1\frac{1}{2}$ ساعة

٢) اكتب كل نسبة من النسب التالية في صورة ن:١

أ ٨ : ١٢

ب ٢ م : ٤٠ سم

ج ٢,٥ غم إلى ٥٠٠ ملغم

مُساعَدة

في التصغير (مثل الخرائط)، يكون مقياس الرسم في صورة ١ : ن حيث ن > ١

في التكبير، يكون مقياس الرسم في صورة ن : ١ حيث ن > ١

قد يكون ن عددًا عشريًّا.

٣) خريطة مقياس رسمها ١ : ٢٠٠٠٠٠٠، تبلغ المسافة بين نقطتَين على الخريطة ١٢٠ مم. ما المسافة الحقيقية بينهما؟ أعطِ إجابتك بالكيلومتر.

٤) مُخطَّط تمَّ رسمه باستخدام مقياس الرسم ١ : ٥٠٠؛ فإذا كان طول أحد الجدران في التصميم ٦ سم، فما طوله الحقيقي؟

٥) رسمت حليمة مُخطَّطًا لحل إحدى مسائل علم المُثلَّثات. يُمثِّل كل ١ سم على المُخطَّط ٢ م في الواقع. وهي تريد أن ترسم سُلّمًا طوله ١٠ م، ويبعد ٧ م عن أرضية أحد الجدران.

أ ما طول السلَّم في المُخطَّط؟

ب كم سيبعد السلَّم عن أرضية الجدران في المُخطَّط؟

٦) خريطة مقياس رسمها ١ : ٧٠٠٠٠٠

أ ما معنى مقياس الرسم ١ : ٧٠٠٠٠٠؟

ب أكمل الجدوَل التالي مُستخدِمًا مقياس رسم الخريطة.

المسافة على الخريطة (مم)	١٠		٥٠	٨٠		
المسافة الحقيقية (كم)		٥٠			١٢٠٠	١٥٠٠

٧) لدى مريم صورة طولها ٣٧ مم وعرضها ٣٥ مم. كبَّرت الصورة مُستخدِمة آلة التصوير، بحيث أصبح عرضها ١٤ سم.

أ ما مقياس رسم التكبير الذي استخدمتْه مريم؟

ب ما طول الصورة بعد التكبير؟

ج يبلغ طول الإطار في الصورة الأصلية ٣٠ مم. كم سيصبح طوله في الصورة المُكبَّرة؟

١٠-٤ التناسُب

- التناسُب هو نسبة ثابتة بين العناصر المُتناظِرة في مجموعتَين.
- عندما يكون التناسُب طرديًّا، تزداد الكمّيات وتتناقص بنفس المُعدَّل. التمثيل البياني لعلاقة تُمثِّل تناسُبًا طرديًّا، هي مستقيم يمرّ بنقطة الأصل.
- عندما يكون التناسُب عكسيًّا، فإن إحدى الكمّيتَين تتناقص بتزايُد الأخرى. التمثيل البياني لعلاقة تُمثِّل تناسُبًا عكسيًّا هو مُنحنى.
- تُعتَبر طريقة الوحدة مفيدة لحل مسائل تتضمَّن نِسَبًا وتناسُبات. تتطلَّب هذه الطريقة إيجاد قيمة إحدى الوحدات (الزمن، السرعة، إلخ) واستخدامها لإيجاد قيمة عدد من الوحدات.

تمارين ١٠-٤-أ

مُساعَدة

إذا كان س، ص مُتناسبَين طرديًّا، فإن النسبة $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ تكون نفسها لقيَم مُتعدِّدة من س ، ص.

١) حدِّد ما إذا كان أ ، ب مُتناسبَيْن طرديًّا في كل حالة من الحالات التالية:

أ)

أ	٢	٤	٦
ب	٣٠٠	٦٠٠	٩٠٠

ب)

أ	٢	٥	٨
ب	٢	١٠	١٥

ج)

أ	١	٢	٣	٤
ب	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤

تمارين ١٠-٤-ب

١) أوجد سعر خمس سلع مُتطابِقة، إذا كان سعر سبع سلع من نفس النوع ١٧,٥٠٠ ريالاً عُمانيًّا.

٢) سارية طولها ٣,٥ م، وطول ظلّها ١٠,٥ م. أوجد طول ظلّ سارية أخرى طولها ٢٠ م، في التوقيت نفسه.

٣) قطعت سيّارة بسرعة ثابتة مسافة ٢٢٥ كم في ثلاث ساعات.

أ ما المسافة التي قطعتها السيّارة بنفس السرعة في ساعة واحدة؟

ب ما المسافة التي سوف تقطعها السيّارة بنفس السرعة في خمس ساعات؟

ج ما الزمن الذي تستغرقه السيّارة لتقطع مسافة ٢٥٠ كم بالسرعة نفسها؟

٤) استهلكت شاحنة ٢٠ لترًا من الوقود لتقطع مسافة ٢٤٠ كم.

أ كم لترًا من الوقود سوف تستخدم الشاحنة لتقطع مسافة ١٨٠ كم بنفس المُعدَّل؟

ب ما المسافة التي سوف تقطعها الشاحنة إذا استهلكت ٤٥ لترًا من الوقود بنفس المُعدَّل؟

تمارين ١٠-٤-ج

١) يحتاج موظَّف واحد إلى ١٠ أيام لينهي مشروعًا للشركة التي يعمل بها. إذا ساعده مُوظَّف آخر في المشروع، فسوف يحتاجان إلى خمسة أيام لإنهاء المشروع. كما يمكن لخمسة مُوظّفين إنهاء المشروع خلال يومَين.

أ صف هذه العلاقة.

ب ما الزمن المطلوب لإنهاء المشروع بالتعاون بين:

(١) أربعةِ موظَّفين؟

(٢) ٢٠ مُوظَّفًا؟

٢) مُخيَّم كشفي يحتوي على كمِّية من الماء تكفي عشرة أشخاص لمُدَّة ستّة أيّام، بنسبة مُحدَّدة للشخص الواحد.

أ كم من الزمن تكفي كمّية الماء، إذا كان هناك خمسة أشخاص فقط في المُخيَّم، ويشربون بنفس المُعدَّل؟

ب انضمَّ شخصان إلى المُخيَّم. كم من الزمن ستكفي كمِّية الماء، إذا استُهلِكت بنفس المُعدَّل؟

_____

_____

_____

٣) استغرق سلمان أربع ساعات لقطع مسافة ما بسُرعة ١١٠ كم/ساعة. وقطع مازن نفس المسافة بسرعة ٨٠ كم/ساعة. ما الزمن الذي استغرقه مازن لقطع المسافة نفسها؟

_____

_____

_____

٤) تحتاج طائرة تطير بسرعة ١٠٠٠ كم/ساعة إلى ١٢ ساعة لتُكمل إحدى الرحلات. كم ستكون سرعة الطائرة إذا أرادت قطع نفس المسافة في عشر ساعات؟

_____

_____

_____

١٠-٥ زيادة أو نقصان الكمّية بنسبة مُعطاة

- يمكنك زيادة أو نقصان الكمّيات بنسبة معطاة.
- $\frac{\text{الكمّية الجديدة}}{\text{الكمّية القديمة}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}}$، الكمية الجديدة = $\frac{\text{س} \times \text{الكمّية القديمة}}{\text{ص}}$. في الزيادة، تكون س > ص. وفي النقصان، تكون س < ص.

تمارين ١٠-٥

١) سلعة سعرها ٢٤٠ ريالاً عُمانيًّا. ازداد سعرها بنسبة ٤:٥، ما سعرها الجديد؟

٢) منزل سعره ٨٠٠٠٠ ريال عُماني. تناقص سعره بنسبة ١٠:٩. ما سعره الجديد؟

٣) أرض سعرها ٨٥٠٠٠ ريال عُماني. تناقص سعرها بنسبة ٣:٥

أ ما سعرها الجديد؟

ب كم سيخسر صاحب الأرض إذا قرَّر بيعها بالسعر الجديد؟

٤) زد ١٠٢٥٠ ريالاً عُمانيًّا بنسبة ٥:٧

تمارين مُتنوِّعة

١) مُثلَّث محيطه ٣٦٠ مم، ونسبة أطوال أضلاعه ٣:٥:٤

أ أوجد أطوال أضلاع المُثلَّث.

ب هل المُثلَّث قائم الزاوية؟ وضِّح خطوات حلّك.

٢) رُسِم مُخطَّط لمدرسة، إذا كان كل ٢ سم يُمثِّل فعليًّا ١ م، فما مقياس رسم المُخطَّط؟

٣) يستطيع تسعة طلاب إنهاء مُهِمَّة في ثلاث دقائق. كم دقيقة يحتاج ستة طلاب لإنهاء المُهِمَّة نفسها، إذا عملوا بالمُعدَّل نفسه؟

٤) لدى جميلة صورة طولها ١٠٤ مم وعرضها ٩٦ مم، وهي لا تستطيع وضع الصورة في الألبوم لأنها كبيرة جدًّا. فقرَّرت تصغيرها باستخدام الحاسوب، بحيث يُصبح طولها ٥٩,٤٣ مم.

أ ما النسبة التي استخدمتها جميلة لتصغير الصورة؟

ب أوجد العرض الجديد للصورة مُقرَّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين.

الوحدة الحادية عشرة: التحليل وحلّ المُعادلات التربيعية

١١-١ فكّ أكثر من مجموعتَي أقواس

- مفكوك حاصل ضرب قوسَين يساوي حاصل ضرب كل حد من حدود القوس الأول بجميع الحدود في القوس الثاني. قد تحتاج إلى تبسيط الناتج عبر جمع الحدود المُتشابهة أو طرحها.

  $(س - ص)^{٢} = س^{٢} - ٢س ص + ص^{٢}$

  $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$

  وهذا ما يُسمّى بمفكوك المُربَّع الكامل.
- يمكنك الضرب خطوة بخطوة عندما تفكّ ثلاثة أقواس أو أكثر. قد تتضمَّن إجابتك حدودًا من الدرجة الثالثة (عبارات تكعيبية).

تمارين ١١-١

١) فكّ وبسّط كلًّا من العبارات الجبرية التالية:

أ $(س + ٣)(س^{٢} + ٢س + ٥)$

ب $(س - ١)(س^{٢} + ٤س + ٥)$

ج $(س - ١)(س + ٢)(س - ٤)$

د $(س - ٤)^{٢}(س - ٦)$

هـ (س − ٢)(س + ١)(س + ٣)

و س(س − ١)(س − ٣)

ز (س − ١)(س − ٢)(س − ٢)

ح (س − ١)(س − ١)(س − ١)

ط (٢س + ١)(س − ٣)(س − ٣)

ي ٣(س − ٤)(س − ٤)

ك -٢(س + ١)(س + ٣)(س + ٣)

١١-٢ تحليل العبارات الجبريّة إلى عوامل

- التحليل إلى عوامل هو العملية العكسية للتفكيك، أي إعادة كتابة مجموعات الأقواس في العبارة.
- العبارة التربيعية الثلاثية هي عبارة جبرية تتضمَّن ثلاثة حدود. لتحليل العبارة الجبرية التربيعية الثلاثية الآتية: س^{٢} + ٧س + ٦، ابحث عن عددَين مجموعهما مساوٍ لمُعامِل الحدّ الأوسط س (٧ في هذه الحالة) وناتج ضربهما مساوٍ للحدّ الثابت (٦ في هذه الحالة). مثلاً، ١ + ٦ = ٧ و ١ × ٦ = ٦، أي أن العددَين هما ١ و ٦ والعاملَين هما (س + ١) و(س + ٦) والتحليل إلى عوامل هو (س + ١)(س + ٦).
- يمكنك تحليل الفرق بين مُربَّعَين إلى عوامل. الحدّان الأول والأخير في مجموعتَي الأقواس هما الجذران التربيعيّان للحدَّين الموجودَين في الفرق بين المُربَّعَين. تختلف الإشارات بين الحدَّين في كل مجموعة أقواس. مثلاً، س^{٢} − ٦٤ = (س + ٨)(س − ٨).

تمارين ١١-٢-أ

١) فكّ وبسّط كلًّا من العبارات الجبرية التالية:

تذكَّر مفكوك المُربَّع الكامل.

أ (س + ٤)^{٢}

ب (س − ٣)^{٢}

ج (س + ٥)^{٢}

د (ص − ٢)^{٢}

هـ (س + ص)^{٢}

و (٢س − ص)^{٢}

ز (٣س − ٢)^{٢}

ح (٢س − ٣ص)^{٢}

ط (٢س + ٥)^{٢}

ي (٤س − ٦)^{٢}

ك (٣ − س)^{٢}

ل $(٤ - ٢س)^{٢}$

م $(٦ - ٣ص)^{٢}$

٢) حلِّل كلًّا من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ $س^{٢} - ١٤س + ٤٩$

ب $س^{٢} + ٨س + ١٦$

ج $٤ص^{٢} - ١٢ص + ٩$

د $٩ص^{٢} - ٦ص + ١$

هـ $١٦جـ^{٢} + ٢٤جـ د + ٩د^{٢}$

و $\frac{٩}{٢٥}س^{٢} + \frac{٦}{٥}س + ١$

ز $\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{٤}{٣}س + ٤$

ح $أ^{٢}ب^{٢} + ٢أب^{٢}جـ + ب^{٢}جـ^{٢}$

تمارين ١١-٢-ب

١) حلِّل كلًّا من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ $أ^{٢} + أب + أجـ + ب جـ$

ب $أجـ + أد + ب جـ + ب د$

ج أب + أ + ب + ١

د ٢س^{٢} + ٤س ص + س ع + ٢ص ع

تمارين ١١-٢-ج

١) حلِّل كلًّا من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ س^{٢}+ ٤س + ٤

ب س^{٢}+ ٧س + ١٢

ج س^{٢} + ٦س + ٩

د ٤ + ٥س + س^{٢}

هـ ١٥ + ٨س + س^{٢}

و س^{٢} – ٩س + ٨

ز س^{٢} – ٨س + ١٥

ح ٣ – ٤س + س^{٢}

ط ٢٦ – ٢٧س + س^{٢}

مُساعَدة

قبل محاولة تحليل العبارات التربيعية الثلاثية إلى عوامل، ابحث عن العوامل المُشترَكة واستخدمها في التحليل. تذكَّر أيضًا أن تضيف إلى الإجابة الأخيرة هذه العوامل المُشترَكة.

من المفيد ترتيب الحدود من أكبر أسّ إلى أصغر أسّ، قبل التحليل إلى عوامل، أي وضعها في الصورة العامة.

تمارين ١١-٢-د

١) حلِّل كلًّا من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ ٥س^{٢}+ ١٥س + ١٠

ب ٣س^{٢} – ١٨س + ٢٤

مُساعَدة

يمكنك التحقُّق من صحَّة إجاباتك بفكّ العوامل. تُصبح عملية التحليل إلى عوامل أسهل عند كتابة الحدود بالترتيب التنازُلي (بدلالة القوى) أوَّلاً.

ج $٣س^{٣} - ١٢س^{٢} + ٩س$

د $٥س^{٢} - ١٥س + ١٠$

هـ $س^{٣} + ١٢س^{٢} + ٢٠س$

و $س^{٤}ص + س^{٣}ص - ٢س^{٢}ص$

ز $س^{٣} + ٥س^{٢} - ١٤س$

ح $٣س^{٢} - ١٥س + ١٨$

ط $-٢س^{٢} + ٤س + ٤٨$

ي $٢س^{٢} - ٢س - ١١٢$

تمارين ١١-٢-هـ

١) حلِّل كلًّا من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

مُساعَدة
تذكَّر النمط
$أ^{٢} - ب^{٢} = (أ + ب)(أ - ب)$.
في الواقع، إن ترتيب كتابة مجموعات الأقواس ليس مُهِمًّا حيث إن:
$(أ + ب)(أ - ب)$
$= (أ - ب)(أ + ب)$.

أ) $س^{٢} - ٩$

ب) $١٦ - س^{٢}$

ج) $س^{٢} - ٢٥$

د) $٤٩ - س^{٢}$

هـ) $٩س^{٢} - ٤ص^{٢}$

و) $٨١ - ٤س^{٢}$

ز) $س^{٢} - ٩ص^{٢}$

ح) $١٢١ص^{٢} - ١٤٤س^{٢}$

ط) $١٦س^{٢} - ٤٩ص^{٢}$

ي) $٢س^{٢} - ١٨$

ك) $٢٠٠ - ٢س^{٢}$

ل) $س^{٤} - ص^{٢}$

م) $٢٥ - س^{١٦}$

ن) $س^{٢}ص^{٢} - ١٠٠$

س) $\frac{٢٥س^{٢}}{ص^{٤}} - \frac{٦٤ق^{٢}}{ع^{٢}}$

ع) $٢٥س^{١٠} - ١$

ف) $١ - ٨١س^{٤}ص^{٦}$

٣-١١ حلّ المعادلات التربيعية

- يمكنك استخدام التحليل إلى عوامل لحل بعض المُعادلات التربيعية. مثلاً، $س^{٢} - ٦س = -٨$:
  - أوَّلاً، أعد كتابة المُعادلة بحيث تكتبها كمُعادلة صفرية، $س^{٢} - ٦س + ٨ = ٠$
  - ثانيًا، حلِّل ثُلاثيَّة الحدود إلى عوامل، $(س - ٢)(س - ٤) = ٠$
  - ثالثًا، استخدم الحقيقة التي تنصّ على أنه إذا كان $أ \times ب = ٠$، فإن $أ = ٠$ أو $ب = ٠$ لتجد الجذور (الحلول).
    $\therefore$ $س - ٢ = ٠$ أي $س = ٢$ أو $س - ٤ = ٠$ أي $س = ٤$؛ العددان ٢ و ٤ هما حلّان للمُعادلة.
- مُعامِل الحد $س^{٢}$ ليس بالضرورة أن يكون ١؛ يجب الاهتمام أكثر هنا بكتابة العبارة الجبرية التربيعية في صورة ناتج ضرب عواملها.

تمارين ٣-١١

١) حلّ كلًّا من المُعادلات التربيعية التالية:

تذكَّر أن تعيد كتابة المُعادلة لتكون مُعادلة صفرية إن لم تكن كذلك، وأن تُحلِّل إلى عوامل قبل مُحاولة حل المُعادلة.

أ $٢س^{٢} - ٦س = ٠$

ب $٨س^{٢} - ٣٢ = ٠$

ج $٦س^{٢} = ١٢س$

د $-١٦س - ٢٤س^{٢} = ٠$

هـ $س^{٢} - ١ = ٠$

و $٤٩ - ٤س^{٢} = ٠$

ز $٨س^{٢} = ٢$

ح $س^{٢} + ٦س + ٨ = ٠$

ط) $س^{٢} + ٥س + ٤ = ٠$

ي) $س^{٢} - ٤س - ٥ = ٠$

ك) $س^{٢} - س - ٢٠ = ٠$

ل) $س^{٢} + ٨س = ٢٠$

م) $س^{٢} + ١٥ = ٨س$

ن) $-٦٠ - ١٧س = -س^{٢}$

س) $س^{٢} + ٥٦ = ١٥س$

ع) $س^{٢} - ٢٠س + ١٠٠ = ٠$

ف) $٥س^{٢} - ٢٠س + ٢٠ = ٠$

٢) حُلّ كلًّا من المعادلات التالية:

أ) $٢س^{٢} - س - ٣ = ٠$

ب) $٩س^{٢} + ٦س + ١ = ٠$

ج) $٤س^{٢} - ١٢س + ٩ = ٠$

د) $٦س^{٢} - ٧س - ٥ = ٠$

هـ) $٤س^{٢} + س - ٣ = ٠$

و) $١٤س^{٢} - ٥١س + ٧ = ٠$

مُساعَدة

عند تحليل العبارات الجبرية إلى عوامل، ابحث دائمًا عن العوامل المُشترَكة كخطوة أولى.

لاحظ أن

$(٢ - س) = -(س - ٢)$

١١-٤ مسائل تطبيقية على حلّ المُعادلات التربيعية

- لحل المسائل اللفظية، يجب ترجمتها أوّلاً إلى مُعادلات تربيعيّة، ثم حلّ هذه المُعادلات بالطرق المطلوبة.

تمارين ١١-٤

١) حديقة مساحتها ٦٠ م^{٢}. طولها يزيد عن عرضها بمقدار ٤ أمتار. أوجد عرض الحديقة س. اكتب معادلة بدلالة س، ثم قم بحلّها لتجد طول الحديقة وعرضها.

٢) مجموع مُربَّعي عددَين صحيحَين مُتتاليَين ١٤٥، ما العددان؟

٣) عند أحمد سجّادة مُربَّعة الشكل طول ضلعها س سم. لكنَّ الغرفة التي سيفرش السجّادة عليها مستطيلة الشكل، لذا قام أحمد بقصّ قطعة منها طول ضلعها (س سم) وعرضها ٤٠ سم، ووضْعها على طول الجانب المُجاوِر حتى تتناسب مع شكل الغرفة، وتخلَّص من القطعة المتبقية.

أ اكتب طول القطعة المُستطيلة وعرضها بدلالة س.

ب اكتب عبارة جبريّة تعبّر عن مساحة السجّادة المستطيلة.

ج ما مساحة القطعة التي تمّ التخلُّص منها؟

تمارين مُتنوِّعة

١) فكّ مجموعات الأقواس في كل من العبارات الجبرية التالية، وبسّطها:

أ $(س - ٨)^{٢}$

ب $(٢س + ٢)(س - ١)$

ج $(٣س - ٢ص)^{٢}$

د $(١ - ٦ص)^{٢}$

هـ $(٢ + ٣س)(٣س - ٢)$

و $(٢س + ٥)^{٢}$

ز $(٣س^{٢}ص + ١)^{٢}$

ح $\left(س + \frac{١}{٢}ص\right)^{٢}$

ط $\left(س + \frac{١}{٢}\right)\left(س - \frac{١}{٢}\right)$

ي $\left(\frac{١}{س} - ٢\right)\left(\frac{١}{س} + ٢\right)$

ك $(س - ٢)^{٢} - (س - ٧)^{٢}$

ل $-٢س(س - ٢)^{٢} + ٨س^{٢}$

م $٢س(س + ١)^{٢} - (٧ + ٢س)(-٢س)$

ن $(س - ٢)^{٣}$

س ٣(س − ١)(س + ١)(س − ٢)

ع −(س + ٢)(س − ٤)(س + ٢)

٢) حلِّل كلًّا من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ $أ^{٣} - ٤أ$

ب $س^{٤} - ١$

ج $س^{٢} - س - ٢$

د $س^{٢} - ٢س + ١$

هـ $(٢س - ٣ص)^{٢} - ٤ع^{٢}$

و $س^{٢} + ١٦س + ٤٨$

ز $س^{٤} - \frac{س^{٢}}{٤}$

ح $س^{٢} - ٥س - ٦$

ط $٤س^{٢} - ٤س - ٤٨$

ي $٢س^{٢} - ١٤س + ٢٤$

ك $٥ - ٢٠س^{١٦}$

ل $٣س^{٢} + ١٥س + ١٨$

٣) حلّ كل مُعادلة من المُعادلات التالية:

أ $٧س^{٢} + ٤٢س + ٣٥ = ٠$

ب $٢س^{٢} - ٨ = ٠$

ج $٦س^{٢} - ١٨س = ١٣-$

د $٣س^{٢} + ٦س = ٣-$

هـ $٤س^{٢} - ١٦س - ٢٠ = ٠$

و $٥س^{٢} - ٢٠س + ٢٠ = ٠$

٤) حلِّل كلًّا من العبارات الجبرية التالية إلى عوامل:

أ $س^{٢} - ٢س ص$

ب $أ^{٤} - ب^{٢}$

ج $س^{٢} + ٦س - ٥٥$

د $٢ص^{٢} + ١٣ص - ٧$

هـ $-٤س^{٢} + ٢س + ٦$

و $(س + ١)^{٢} - ٥(س + ١) - ١٤$

٥) حلّ كلًّا من المُعادلات التالية:

أ $٢أ^{٢} + ٢أ - ٤ = ٠$

ب $٣س^{٢} - س - ٤ = ٠$

ج $س^{٢} + ٢س - ١٥ = ٠$

د $٣س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠$

هـ $٥س^{٢} - ٣س = -٣س^{٢} + ٥$

و $٣س^{٢} + ٦س = ٦س^{٢} + ٣$

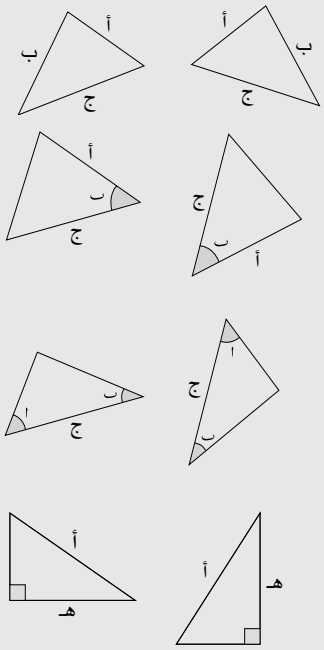
٦) مستطيل أبعاده (س − ٣) م ، (٢س + ١) م ومساحته ٦٠ م^{٢}.

أثبت أن $٢س^{٢} - ٥س = ٦٣$

الوحدة الثانية عشرة: التطابُق والتشابُه

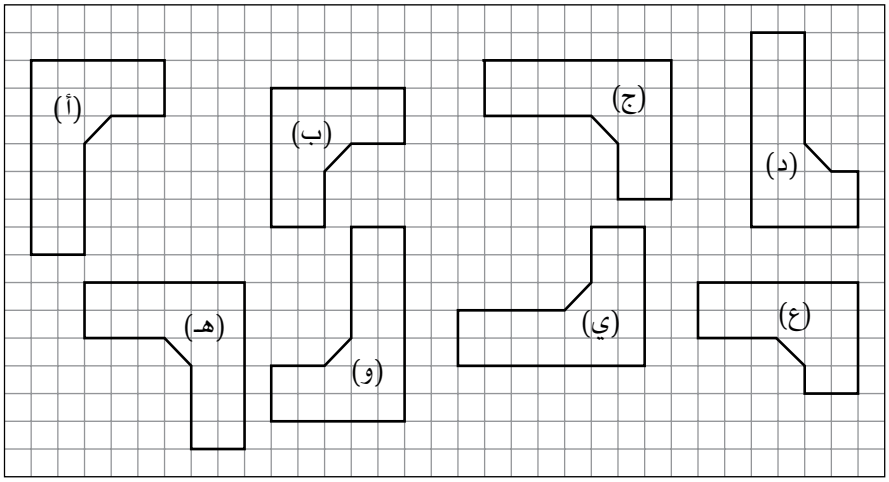
١-١٢ التطابُق

- الأشكال المُتطابِقة لها الهيئة نفسها والقياس نفسه. يتطابق شكلان عندما تكون الأضلاع المُتناظِرة مُتساوية في الطول والزوايا المُتناظِرة مُتساوِية في القياس.
- يتطابق مُثلَّثان إذا تحقَّق أحد الشروط الأربعة التالية:
  - تساوى ثلاثة أضلاع من المُثلَّث الأوَّل مع ثلاثة أضلاع من المُثلَّث الثاني (ض. ض. ض).
  - تساوى ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المُثلَّث الأول مع ضلعَين والزاوية المحصورة بينهما في المُثلَّث الثاني (ض. ز. ض).
  - تساوت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المُثلَّث الأوَّل مع زاويتَين والضلع المحصور بينهما في المُثلَّث الثاني (ز. ض. ز).
  - تطابق وتر وضلع أحد المُثلّثَين قائمي الزاوية مع نظيرَيهما في المثلث الآخر.

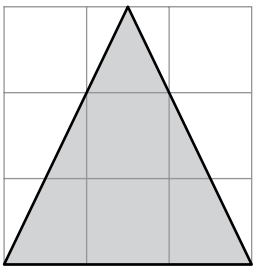


تمارين ١٢-١-أ

١) حدِّد كل الأشكال المُتطابِقة مع الشكل (أ).



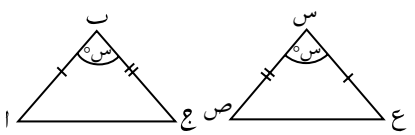
٢) استخدم شبكة مُربَّعات (٣ × ٣) لتجد عدد المُثلَّثات المُطابِقة للمُثلَّث المُعطى التي يمكن رسمها في شبكة مُربَّعات (٣ × ٣).



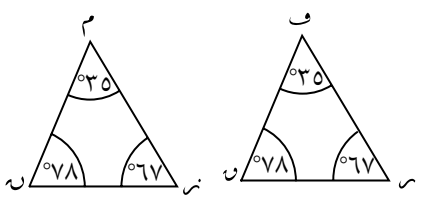
تمارين ١٢-١-ب

١) حدِّد ما إذا كانت المُثلَّثات في كل زوج مما يلي مُتطابِقة أم لا. إذا تطابقت، سمّ شرط التطابُق.

أ



ب



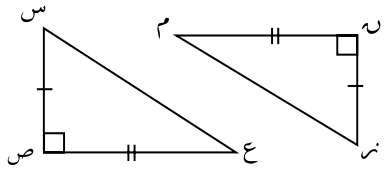
تذكَّر أن الترتيب في كتابة اسم المُثلَّث مُهِمٌّ خلال العمل على تطابُق المُثلَّثات. إذا كان المُثلَّث ا ب ج مُتطابِقًا مع المُثلَّث ك ل م فإن:

$\overline{ا ب} = \overline{ك ل}$

$\overline{ب ج} = \overline{ل م}$

$\overline{ا ج} = \overline{ك م}$

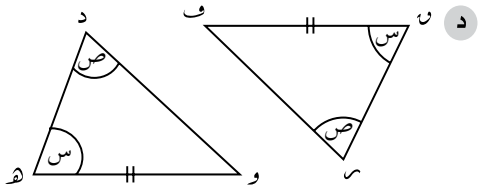
ج



_____

_____

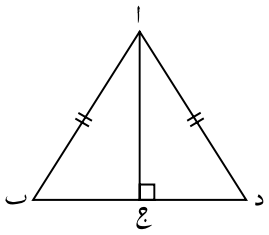
د



_____

_____

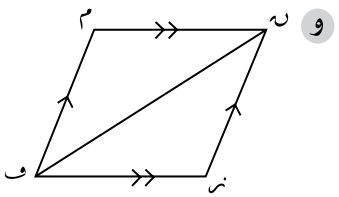
هـ



_____

_____

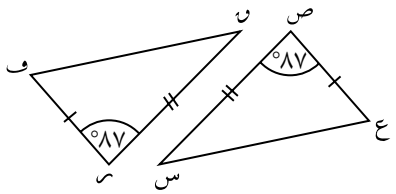
و



_____

_____

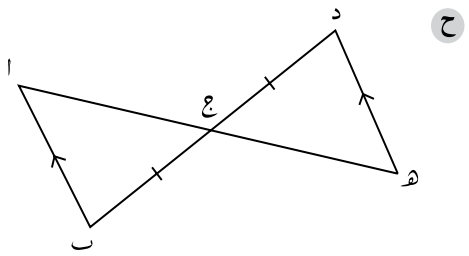
ز



_____

_____

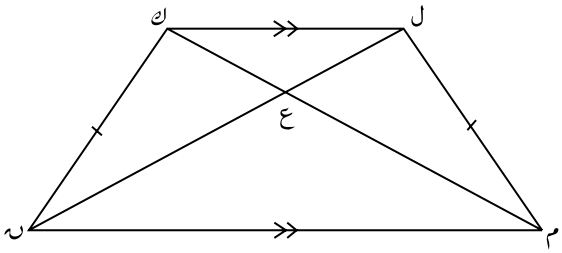
ح



_____

_____

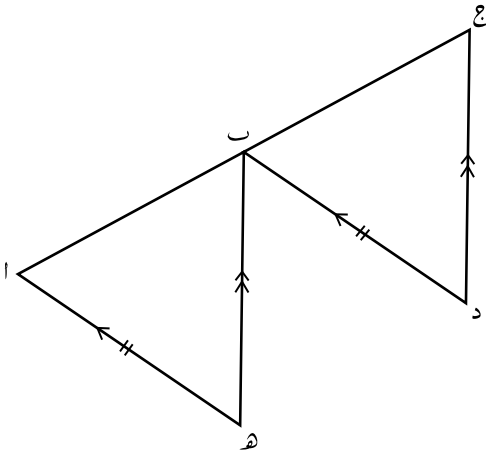
٢) ك ل م ب شبه مُنحرِف. $\overline{\text{ك ب}} = \overline{\text{ل م}}$ ، $\overline{\text{ل ب}} = \overline{\text{ك م}}$. أثبت أن المُثلَّثَين ك م ب ، ل ب م مُتطابقان مُوضِّحًا خطوات حلّك.



مُساعَدة

عندما تُسأل عن إثبات تطابُق مُثلَّثَين، عليك دائمًا ذكر اسم الشرط الذي تستخدمه. كما عليك أن تُفسِّر كل خطوة. فمثلاً: $\overline{\text{ل ب}} = \overline{\text{ك م}}$ مُعطى في السؤال، طول م ب في المُثلَّث الأوَّل = طول ب م في المُثلَّث الثاني، لأنه ضلع مُشتَرك في المُثلَّثَين.

٣) في الرسم أدناه، أثبت أن $\overline{\text{أ ب}} = \frac{١}{٢}\overline{\text{أ ج}}$، مُوضِّحًا خطوات عملك.



١٢-٢ التشابُه

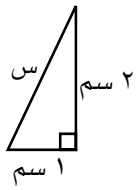
- تكون المُثلَّثات مُتشابِهة عندما تكون الأضلاع المُتناظِرة مُتناسِبة والزوايا المُتناظِرة مُتساوِية.
- في الشكلَين المُتشابِهَين إذا قُسِم طول كل ضلع على طول الضلع المُناظِر له، نحصل على نفس الناتج (العدد). يمكنك استخدام هذه الخاصّية لإيجاد أطوال الأضلاع المجهولة في الأشكال المُتشابِهة.
- في الأشكال المُتشابِهة، تكون أطوال الأضلاع المُتناظِرة مُتناسِبة. يمكن إيجاد الأطوال المجهولة بنفس الطريقة المُستخدَمة في المُثلَّثات المُتشابِهة.
- عندما تكون النسبة بين الأضلاع في الشكلَين المُتشابِهَين تساوي أ : ب، فإن النسبة بين مساحتَيهما تكون $أ^{٢} : ب^{٢}$. أي أن مُعامِل تشابُه المساحات = (مُعامِل تشابُه الأطوال)^{٢}.
- في المُجسَّمات المُتشابِهة تكون الزوايا المُتناظِرة مُتساوية، وتكون القياسات الخطّية المُتناظِرة (الأحرف والأقطار وأنصاف الأقطار والارتفاعات والارتفاعات المائلة) مُتناسِبة.
- إذا تشابه مُجسَّمان (ل) و (م)، وكانت النسبة بين ضلعَين متناظرَين أ : ب فإن نسبة حجمَيهما تساوي $\frac{أ^{٣}}{ب^{٣}}$ ونسبة مساحتَيهما السطحيَّتَين تساوي $\frac{أ^{٢}}{ب^{٢}}$.

تمارين ١٢-٢-أ

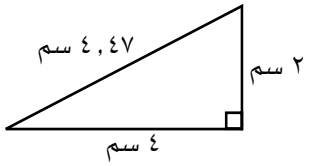
١) إذا علمت أن كلّ زوج من المُثلَّثات التالية مُتشابِهان. أوجد طول الضلع المجهول (المُشار إليه بحرف) في كل حالة:

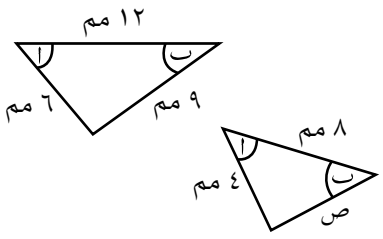
مُساعَدة
حدِّد الأضلاع المُتناظِرة قبل البدء بالحلّ. من المفيد وضع إشارات مُحدَّدة أو من نفس اللون على الأضلاع المُتناظِرة.

أ

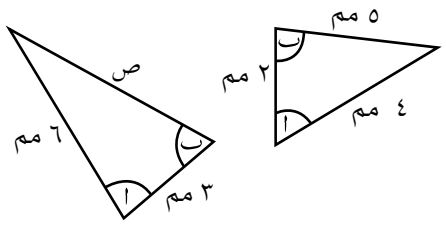


ب

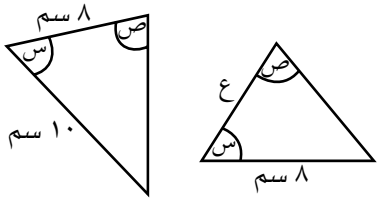




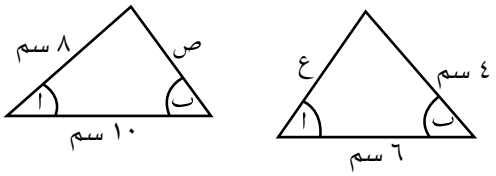
ج


٥ مم
ب
٢ مم
ا
٤ مم
ص
ب
٦ مم
ا
٣ مم

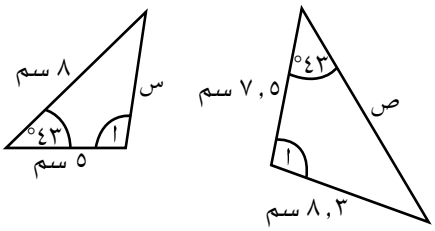
د


٨ سم
ص
س
١٠ سم
ع
ص
س
٨ سم

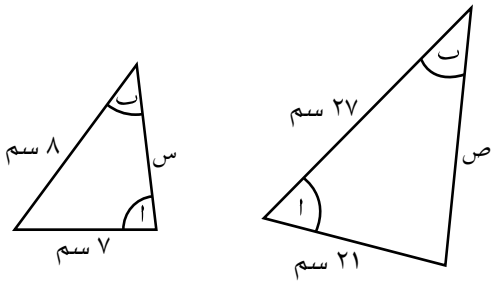
هـ


٨ سم
ص
ا
ب
١٠ سم
ع
٤ سم
ا
ب
٦ سم

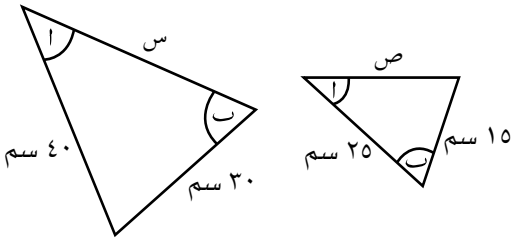
و


٨ سم
س
°٤٣
ا
٥ سم
°٤٣
٧,٥ سم
ص
ا
٨,٣ سم

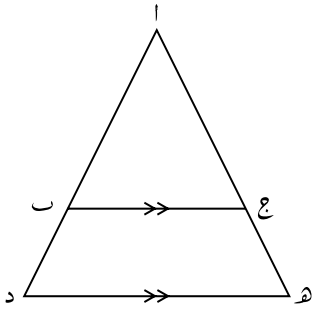
ز


ب
٨ سم
س
ا
٧ سم
ب
٢٧ سم
ص
ا
٢١ سم

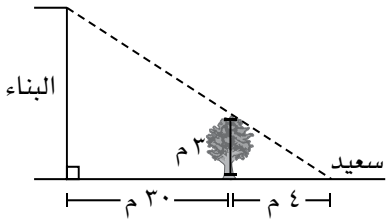
ح


ا
س
ب
٤٠ سم
٣٠ سم
ص
ا
١٥ سم
٢٥ سم
ب

٢) أثبت أن المُثلّثَين ا ب ع، ا د هـ مُتشابِهان مع توضيح خطوات الحلّ.



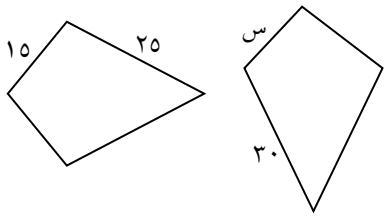
٣) استلقى سعيد على فراش يبعد مسافة ٤ م عن جذع شجرة ارتفاعها ٣ م. عندما ينظر إلى أعلى الشجرة يستطيع رؤية الجزء الأعلى من بناء يبعد مسافة ٣٠ م عن جذع الشجرة. أوجد ارتفاع البناء.



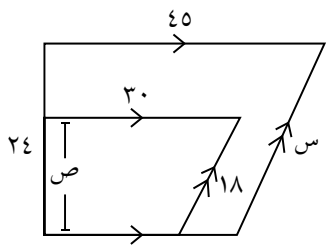
تمارين ١٢-٢-ب

١) أوجد لكلّ زوج من الأشكال المُتشابِهة، طول الضلع المُشار إليه بحرف، علمًا بأن كل الأبعاد مُعطاة بالسنتيمتر.

أ



ب

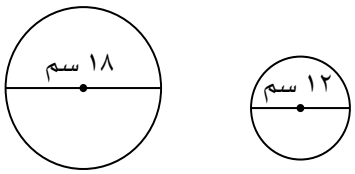


تمارين ١٢-٢-ج

١) تبلغ نسبة مساحتَي شكلَين رُباعيَّين ١٦:٨١، ما نسبة أطوال الأضلاع المُتناظِرة؟

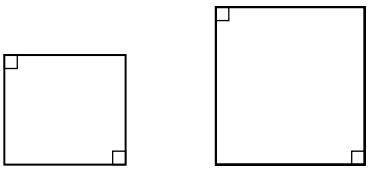
٢) في كل زوج من أزواج الأشكال التالية لديك مساحة الشكل الأيمن، أوجد من خلاله مساحة الشكل الآخر، علمًا بأن شَكلَيْ كلّ زوج من الأشكال المرسومة مُتشابِهان.

أ



المساحة ١١٣,١٠ سم٢

ب

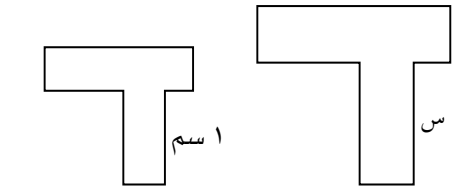


المساحة = ٤٧٦١ مم٢

تمارين ١٢-٢-د

١) الشكلان في كلّ زوج من الأشكال التالية مُتشابِهان وقد أُعطيَت مساحات كل الأشكال. استخدمها لتجد طول الضلع المجهول في كل جزئية.

أ



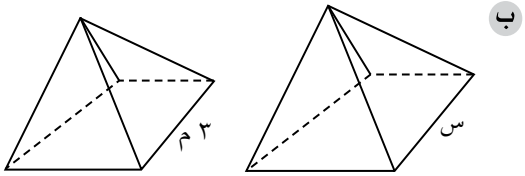
المساحة = ٤٠ سم^٢ المساحة = ١٠ سم^٢

_____ _____

_____ _____

_____ _____

ب



المساحة = ٤٠٥ م^٢ المساحة = ١٦,٢ م^٢

٢) صندوق مكعّب حجمه ٣٥٠٠ سم^٣. إذا تمَّت مُضاعَفة أبعاده، فكم سيكون حجمه الجديد؟

_____

_____

_____

٣) المُكعّبان (أ) و (ب) مُتشابِهان. طول ضلع المُكعَّب (أ) ١٥ سم. وطول ضلع المُكعَّب (ب) ٣ سم. أوجد كُلًّا ممّا يلي:

أ مُعامِل تشابُه (أ) إلى (ب).

_____

ب النسبة بين مساحتَيهما السطحية.

_____

ج النسبة بين حجمَيهما.

_____

١٢-٣ تطبيقات على التشابُه

- يمكن كتابة مقياس رسم مُخطَّط أو خريطة في صورة كسر أو نسبة.
- المقياس ١:٥٠٠٠٠ يعني أن طول أي قطعة في المُخطَّط يساوي $\frac{١}{٥٠٠٠٠}$ من الطول الحقيقي للقطعة، أي أن ١ سم على المُخطَّط يُمثِّل ٥٠٠٠٠ سم (أو ٠,٥ كم) في الحقيقة.

تمارين ١٢-٣

١) أ ملعب طوله ١٠٠ م وعرضه ٧٠ م. تمّ رسم مُخطَّط له باستخدام مقياس الرسم ١ سم لكل ١٠ م. ما طول الملعب وعرضه في المُخطَّط؟

ب طول الملعب مع المرمى ١٤٤ م وعرضه ٧٠ م، أوجد هذَين البُعدَين في المُخطَّط.

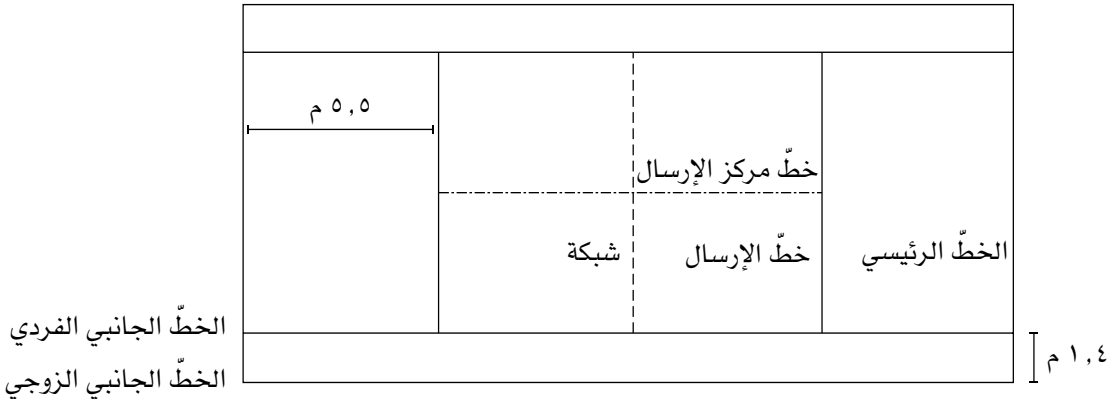
٢) طول الملعب الرئيسي لكرة القدم ٩١,٤ م وعرضه ٧٠ م. تمّ رسم مُخطَّط له باستخدام مقياس الرسم ١:١٠٠٠ م. ما طول الملعب الرئيسي لكرة القدم وعرضه في المُخطَّط؟

٣) أ طول ملعب التنس ٢٣,٧٧ م وعرضه ١٠,٩٧ م. ما مقياس الرسم الجيّد الممكن استخدامه لرسم مُخطَّط لملعب تنس، إذا أردت استخدام نصف ورقة من النوع A4؟ اكتب هذا المقياس في صورة كسر.

بعُدا الورقة A5 هو نصف بُعدَيْ الورقة A4 ويبلغان ١٤,٨ سم × ٢١ سم.

ب (١) نفّذ المُخطَّط بدقَّة، مُستخدِمًا مقياس الرسم الذي وجدته في الجُزئية أ، حدِّد كل التفاصيل المطلوبة كما هو مُبيَّن في الرسم أدناه.

(٢) يتمّ وضع الأعمدة الشبكية على مسافة ١ م خارج الخط الجانبي الزوجي. ضع علامة × على كل شبكة عمود في المُخطَّط.

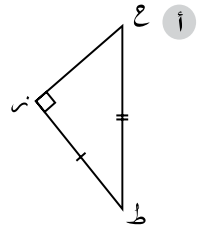


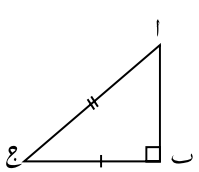
٤) يبلغ بُعدا حلبة الكاراتيه ٨ م في ٨ م. أوجد طول قطر الحلبة باستخدام رسم مُخطَّط ومقياس رسم من اختيارك.

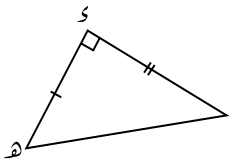
تمارين مُتنوِّعة

١) في كل مجموعة من ثلاثة مُثلَّثات، يوجد مُثلَّثان مُتطابِقان، أوجدهما مع ذكر الشرط الذي استخدمته لإثبات التطابُق.

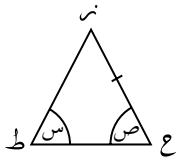
أ

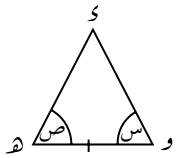


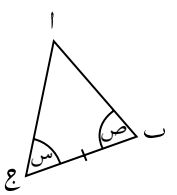




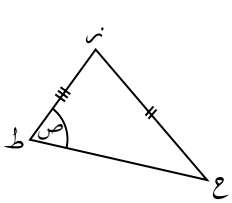
ب

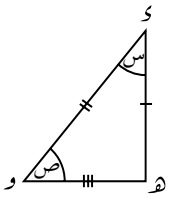


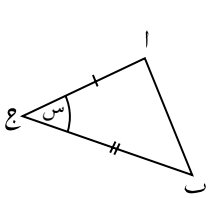




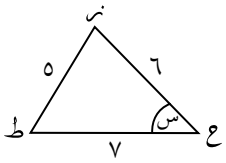
ج

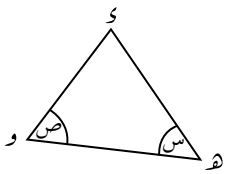


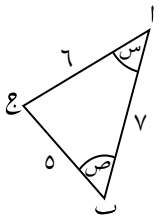




د



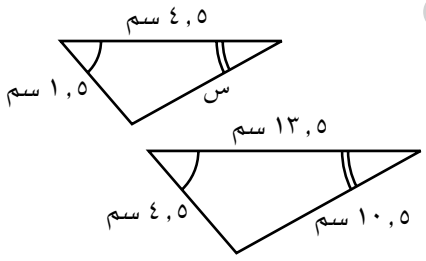




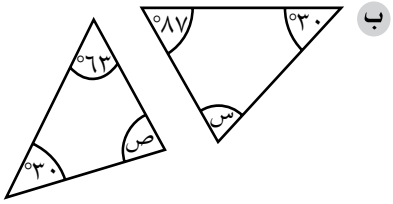
٢) مُثلَّث أطوال أضلاعه ٢٥ مم، ٦٥ مم، ٦٠ مم، مُشابِه لمُثلَّث آخر طول أطول أضلاعه ٩٧٥ مم. احسب مُحيط المُثلَّث الأكبر.

٣) احسب الأبعاد أو الزوايا المجهولة في كل زوج من أزواج المُثلَّثات المُتشابِهة:

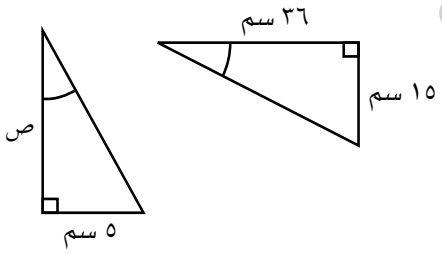
أ



ب

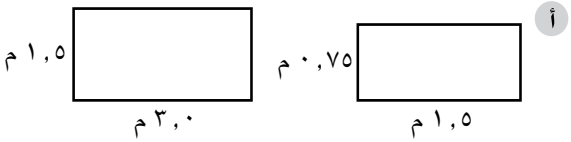


ج



٤) اكتب نسبة المساحات لكل زوج من الأشكال المُتشابِهة:

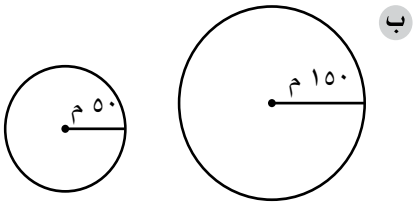
أ



_____

_____

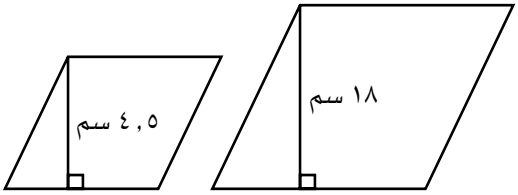
ب



_____

_____

٥) مُتوازيا الأضلاع أدناه مُتشابهان. مساحة مُتوازي الأضلاع الأكبر ٢٨٨ سم^{٢}. أوجد مساحة مُتوازي الأضلاع الأصغر.



المساحة = ٢٨٨ سم^{٢}

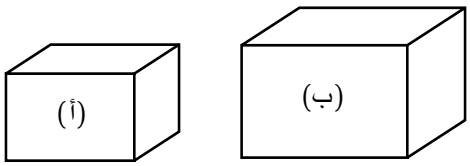
_____

_____

_____

_____

٦) مُتوازيا المُستطيلات (أ) و (ب) مُتشابِهان. المساحة السطحية للمُجسَّم (ب) ١٦٠٠٠ مم^{٢}. ما المساحة السطحية للمُجسَّم (أ)؟



المساحة = ١٦٠٠٠ مم^{٢}

_____

_____

_____

_____

٧) يريد المسؤول الرياضي في إحدى المدارس رسم ملعب رياضي عرضه ٥٠م وطوله ١٢٠م، كما يريد معرفة طول القطر.

أ ارسم مُخطَّطًا دقيقًا للملعب، باستخدام المقياس ١ سم لكل ١٠ م.

ب أوجد قياس القطر في مُخطَّطك.

ج أوجد الطول الحقيقي لقطر الملعب.

الوحدة الثالثة عشرة: الزمن والمُعدَّلات

١٣-١ الزمن

- هناك ٦٠ ثانية في الدقيقة الواحدة و ٦٠ دقيقة في الساعة الواحدة.
- يمكن كتابة الوقت باستخدام نظام توقيت الـ ١٢ ساعة أو نظام توقيت الـ ٢٤ ساعة مع الأعداد من ٠ إلى ٢٣
- تُكتَب ساعة و١٥ دقيقة في صورة ٠١:١٥
- لا يُعتَبر الزمن عددًا عشريًّا في كلا نظامَي الساعة ١٢ ساعة/ ٢٤ ساعة؛ وذلك لأن ١ ساعة و ١٥ دقيقة، مثلاً، تعني ساعة و $\frac{١٥}{٦٠}$ (أو $\frac{١}{٤}$) ساعة، وليس ١,١٥ في الآلة الحاسبة.

  وحتى في نظام توقيت الـ ٢٤ ساعة، لا يُعتَبر الزمن عددًا عشريًّا. فالوقت بعد دقيقة واحدة من الساعة ١٥:٥٩ هو ١٦:٠٠. يمكن إجراء العمليات الحسابية على الوقت أو الزمن باستخدام الآلة الحاسبة، حيث تعطي معظم الآلات الحاسبة في صورة "ثوانٍ 'دقائق °ساعة.

تمارين ١٣-١-أ

١) سجَّل خمسة موظَّفين وقت الدخول ووقت الخروج من العمل في يوم ما، إضافة إلى مُدّة استراحة الفطور.

أكمل الجدول أدناه بإيجاد الزمن الذي قضاه كل موظف في العمل (ساعات العمل) خلال ذاك اليوم، علمًا بأن الزمن المستغرق في استراحة الفطور لا يعتبر من ساعات العمل.

الاسم	وقت الدخول	وقت الخروج	استراحة الفطور	ساعات العمل
أمين	التاسعة والربع	الخامسة والنصف	$\frac{٣}{٤}$ ساعة	
نادية	٨:١٧ صباحًا	٥:٣٠ مساءً	$\frac{١}{٢}$ ساعة	
جمال	٠٨:٢٣	١٧:٥٠	٤٥ دقيقة	
ربيع	٧:٢٢ صباحًا	٤:٣٠ مساءً	١ ساعة	
مريم	٠٨:٠٨	١٨:٣٠	٤٥ دقيقة	

٢) حدث الجزْر في مدينة ما عند الساعة ٠٩:١٥ في أحد الأيام وحدث المدّ عند الساعة ١٥:٤٠ في نفس اليوم. احسب الفترة الزمنية بين المدّ والجزْر.

٣) من المُتوقَّع أن تصل طائرة سارة عند الساعة ٢:٤٥ مساءً. لكنَّها تأخَّرت ووصلت عند الساعة ١٥:٠٥. احسب الفترة الزمنية التي تأخّرتها الطائرة عن موعد وصولها.

٤) ما الزمن المُستغرَق بين:

أ ٢:٢٥ مساءً و٨:١٢ مساءً في اليوم نفسه؟

ب ١:٤٣ صباحًا و١٢:٠٩ مساءً في اليوم نفسه؟

ج ٦:٣٣ مساءً و٦:٤٥ صباحًا في اليوم التالي؟

د ١:٠٩ صباحًا و١٥:٣٩ في اليوم نفسه؟

تمارين ١٣-١-ب

١) استخدم جدول الزمن للحافلات التي تمر بالشوارع (أ)، (ب)، (ج)، (د)، للإجابة عن الأسئلة التالية:

الشارع	مواعيد انطلاق الحافلات		
الشارع (أ)	٠٩:٠٠	٠٩:٣٠	١٠:٠٠
الشارع (ب)	٠٩:١٨	٠٩:٤٨	١٠:١٨
الشارع (ج)	٠٩:٣٥	١٠:٠٥	١٠:٣٥
الشارع (د)	١٠:٠٠	١٠:٣٠	١١:٠٠

أ ما الزمن المُستَغرَق لانتقال الحافلة من الشارع (أ) إلى الشارع (ب)؟ _____

ب ما الزمن المُستَغرَق لانتقال الحافلة من الشارع (أ) إلى الشارع (د)؟ _____

ج إذا وصلت إحدى الحافلات إلى الشارع (ج) عند الساعة العاشرة والربع، مُتأخِّرة ١٠ دقائق عن موعدها المعتاد بسبب عطل حدث لها في الشارع (أ)، متى انطلقت الحافلة من الشارع (أ)؟

_____

_____

د تأخَّرت سُعاد عن الحافلة التي تمرّ بالشارع (ب) عند الساعة ٠٩:٤٨. كم من الوقت يجب عليها أن تنتظر حتى تصل الحافلة التالية؟ (علمًا بأن سعاد قد وصلت إلى المحطة في وقت انطلاق الحافلة).

_____

_____

هـ تأخَّرت الحافلة التي تنطلق عند الساعة ١٠:٠٠ من الشارعْ (أ) لمُدَّة ١٩ دقيقة، بسبب بعض أعمال الترميم التي تجري بين الشوارع، كيف سيؤثِّر ذلك على مواقيت الجدول الزمني؟

_____

_____

_____

تمارين ١٣-١-ج

١) خلال ثلاثة أيام، ركض عدّاء مُدَّة ٤٠ دقيقة في اليوم الأوَّل، و٢٥ دقيقة في اليوم الثاني، و١ ساعة و١٠ دقائق في اليوم الثالث. ما الزمن الذي ركضه في الأيام الثلاثة معًا؟

٢) في العام الماضي، قطع عدّاء سباق الجري خلال ١٥ دقيقة و٢٧ ثانية. وفي هذا العام، قطعه خلال ١٤ دقيقة و٥٥ ثانية. كم من الوقت كان العدّاء أسرع في هذا العام من العام الماضي؟

٣) أقلعت طائرة في رحلة داخلية عند الساعة ١١:٢٥، وسوف تستمرّ الرحلة مُدَّة ٣٧ دقيقة. متى ستصل الطائرة؟

٤) انطلق مُصطفى من منزله إلى منزل أخيه، حيث قاد سيّارته مُدَّة ساعة و٤٧ دقيقة بلا توقُّف، ووصل عند الساعة ١٥:٤٠. متى انطلق مُصطفى من منزله؟

٥) توقَّع جاسم إنهاء سباق الجري في ٤ ساعات و١٥ دقيقة، ولكنه أنهاه فعليًّا في ٣ ساعات و ٥٨ دقيقة. أوجد الفرق بين الزمن الذي توقَّعه جاسم والزمن الحقيقي.

٦) يقطع سبّاح الشوط الواحد في البركة في ٤٢ ثانية. كم من الزمن سيستغرق ليقطع ٢٠ شوطًا في البركة، إذا سبح بالسرعة نفسها؟

٧) قام أحد المُدرّبين الرياضيين بتدريب مُتدرّبين على مجموعة من التمارين القصيرة، مدّة التمرين ٤٠ ثانية تليه استراحة مدّتها ٢٠ ثانية. كم من الوقت سيستغرق تدريبهم على ٧٥ تمرينًا؟

٨) يتكوَّن سباق الجائزة الكبرى للفورمولا ١ بمدينة موناكو من ٧٨ دورة، حيث يكمل السائق دورة واحدة بمُتوسِّط زمني يبلغ دقيقة واحدة و ٢٠ ثانية. كم من الزمن استغرق السباق؟

١٣-٢ المُعدَّلات

- يُقارِن المُعدَّل بين كمّيَّتَين تم قياسهما بوحدتَي قياس مُختلفتَين. فالسرعة مثلاً هي مُعدَّل يُقارن الكيلومترات المقطوعة في الساعة.
- نكتب عادة المُعدَّلات في صورة الكمّية التي نحتاج إليها بالنسبة إلى الكمّية الأخرى.

تمارين ١٣-٢

١) إذا كان سعر الحليب ٠,٧٥٠ ريال عُماني لكل لتر، فكم لترًا من الحليب يمكن أن تشتري بمبلغ ٢٠ ريالاً عُمانيًّا؟

٢) قطع سيف بسيارته مسافة ٤٣٧ كم، مُستهلكًا ٣٨ لترًا من الوقود. عبِّر عن استهلاكه للوقود في صورة مُعدَّل بالـ كم/لتر.

٣) احسب السرعة المُتوسِّطة لكل وسيلة نقل في ما يلي:

أ سيّارة تقطع مسافة ١٩٦ كم في ٢,٥ ساعة.

ب طائرة تقطع مسافة ٦٥٠ كم في ساعة و١٥ دقيقة.

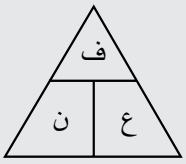
ج قطار يقطع مسافة ١٨٠ كم في ٤٥ دقيقة.

تذكَّر أن السرعة من المُعدَّلات المُهِمَّة.

$$\text{السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$$

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن}$$

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$$



٤) أوجد الزمن المُستغرَق لقطْع كلٍّ من المسافات التالية:

أ ٤٠٠ كم بسرعة ٨٠ كم/ساعة

ب ٩٠٠ كم بسرعة ٩٥ كم/ساعة

ج ١٨٠٠ كم بسرعة ٤٥ كم/ساعة

د ٥٠٠ م بسرعة ٢٠ كم/ساعة

٥) أوجد المسافة المقطوعة في $٢\frac{١}{٢}$ ساعة في كلّ سرعة من السرعات التالية:

أ ٦٠ كم/ساعة

ب ١٢٠ كم/ساعة

ج ٢٥ متراً في الدقيقة

د متران في الثانية

٦) إذا كان الحجم = $\frac{\text{الكتلة}}{\text{الكثافة}}$، أوجد كثافة جسم كتلته ١٥٠٠٠ كغ وحجمه ٩٥٨ سم^{٣}.

٧) سيّارة متوقِّفة على الطريق تضغط نحو الأسفل بقوَّة مقدارها ٦٠٠٠ نيوتن. وتبلغ مساحة كل عجلة من عجلاتها الأربع المُتَّصلة بالطريق ٠,٠٢٥ م^{٢}. إذا كان الضغط = $\frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}}$، فما مقدار الضغط بين السيّارة والطريق؟

تمارين مُتنوِّعة

١) يبلغ مُتوسّط زمن السير على أحد المسارات دقيقة واحدة و٣٥ ثانية. ما الزمن الذي تستغرقه لقطع هذا المسار ١٥ مرَّة بنفس المُعدَّل؟

٢) رحلة مُدّتها ٣ ساعات و٤٠ دقيقة و١٠ ثوانٍ. خلال هذه المُدّة، استُغرِقت ١ ساعة و٢٠ دقيقة و١٥ ثانية على استراحة الفطور وسواها. واستُغرِق الزمن المُتبقّي في القيادة. ما الزمن الحقيقي الذي استغرق في القيادة؟

٣) تتحرَّك سيّارة ما بسرعة ٨٥ كم/ساعة:

أ ما المسافة التي تقطعها السيّارة في:

(١) ساعة؟ (٢) $٤\frac{١}{٢}$ساعات؟ (٣) ١٥ دقيقة؟

ب ما الزمن الذي تقطع فيه السيارة كلًّا من المسافات التالية:

(١) ٣٠ كم؟ (٢) ٤٠٠ كم؟ (٣) ١٠٠ كم؟

الوحدة الرابعة عشرة: التمثيل البياني للدوال

١٤-١ التمثيل البياني للدوال التربيعية

- في الدالة التربيعية، تكون القوة الأكبر للمُتغيِّر هي العدد ٢
- الصورة العامَّة للدالة التربيعية هي ص = أ س^{٢} + ب س + جـ حيث أ ≠ ٠
- يقسم محور التماثُل التمثيل البياني للدالة التربيعية إلى نصفَين مُتماثلَين.
- نقطة رأس المنحنى هي النقطة التي يتغيَّر عندها اتِّجاه التمثيل البياني للدالة التربيعية.
  - إذا كانت قيمة أ في الصورة العامّة للدالة التربيعية موجبة، فإن المنحنى في التمثيل البياني سيكون مفتوحًا إلى الأعلى، وستكون قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى قيمة صُغرى.
  - إذا كانت قيمة أ في الصورة العامّة للدالة التربيعية سالبة، فإن المنحنى في التمثيل البياني سيكون مفتوحًا إلى الأسفل، وستكون قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى قيمة عُظمى.

تمارين ١٤-١-أ

تذكَّر أن الحد الثابت (جـ في الصورة العامة) هو الجزء المقطوع من المحور الصادي.

١) أكمل جداول القيَم الآتية، وارسم التمثيلات البيانية لها على نفس المُستوى الإحداثي. استخدم القيَم في الفترة −١٢ ≤ ص ≤ ١٢ للمحور الصادي.

أ)

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص = −س^{٢} + ٢							

ب)

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص = س^{٢} − ٣							

ج)

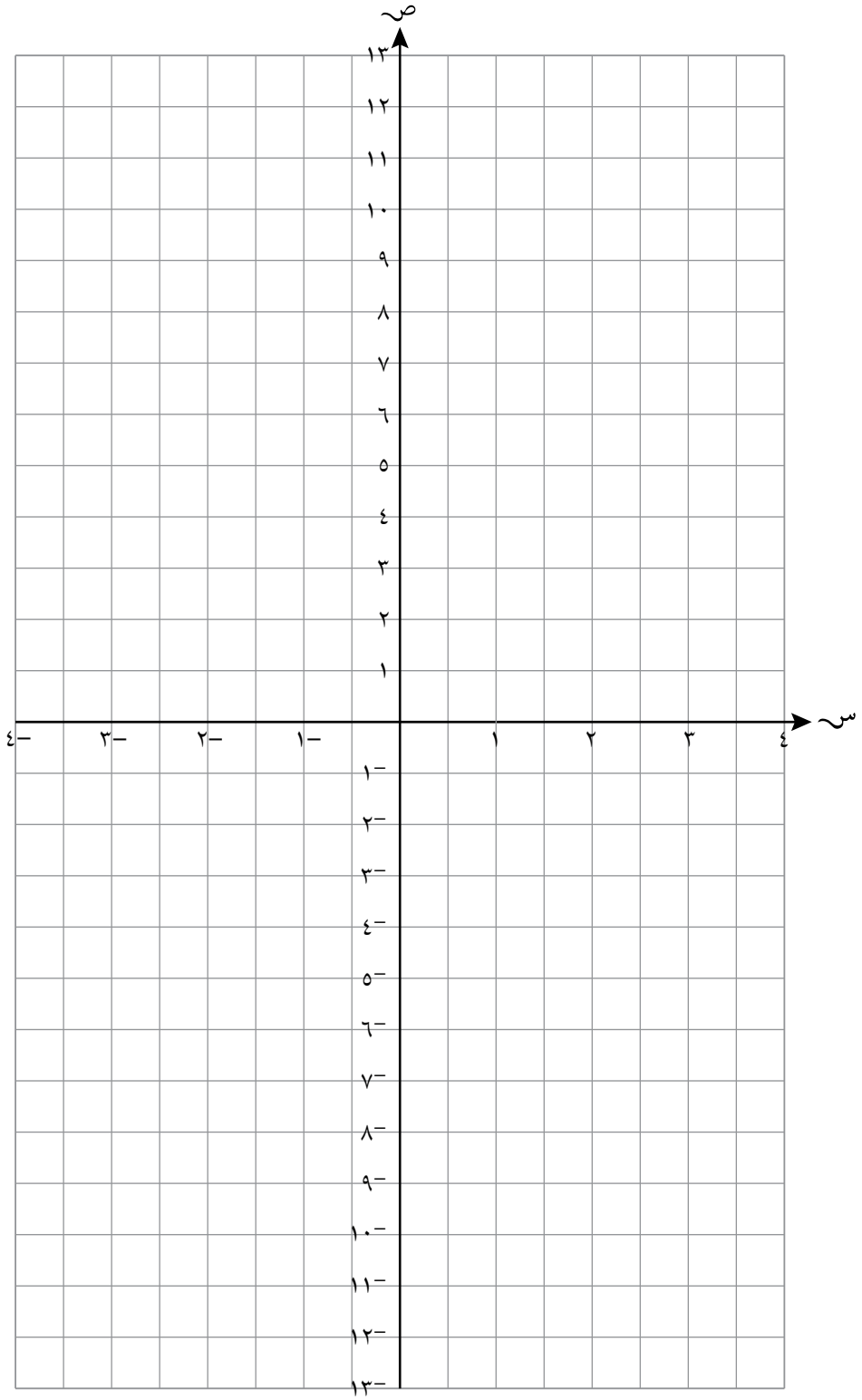
س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص = −س^{٢} − ٢							

د)

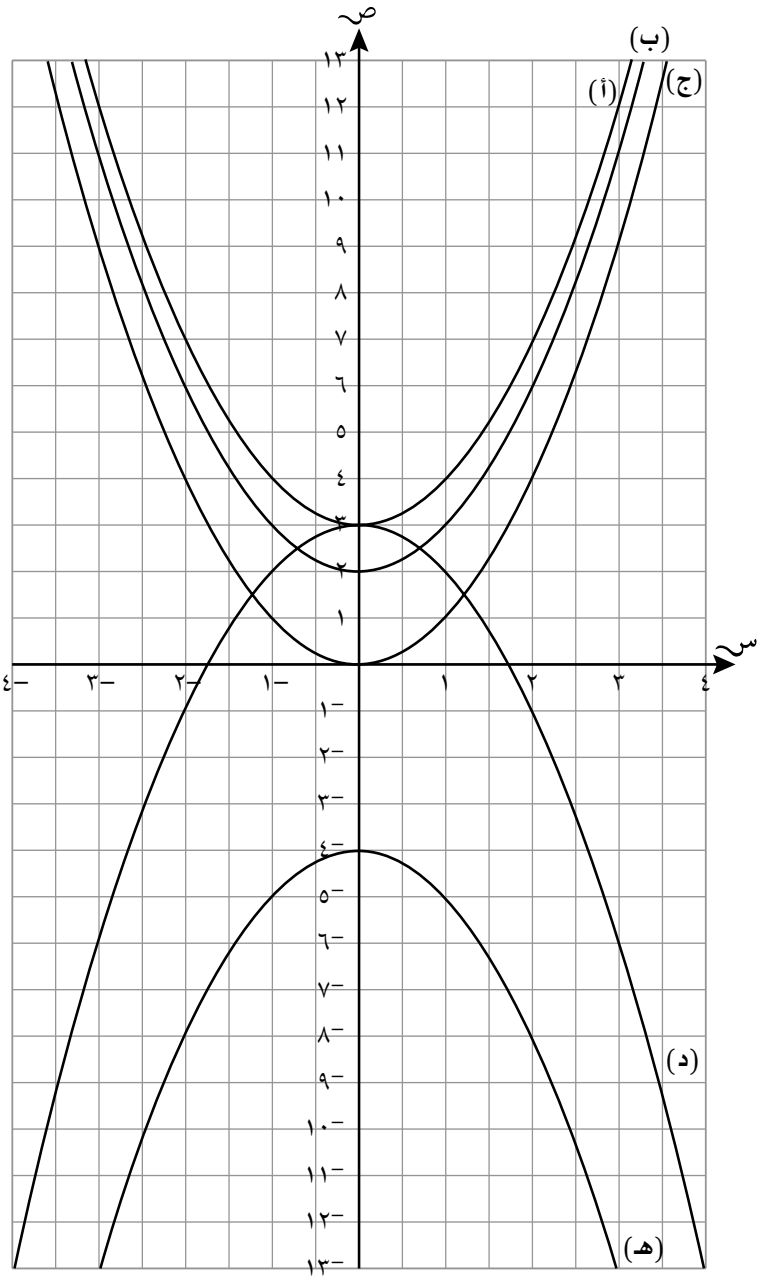
س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص = − س^{٢} − ٣							

هـ

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص = س^{٢} + $\frac{١}{٢}$							



٢) طابِق كل تمثيل بياني مع إحدى الدوال المُعطاة أدناه.



التمثيل البياني (أ) _____

التمثيل البياني (ب) _____

التمثيل البياني (ج) _____

التمثيل البياني (د) _____

التمثيل البياني (هـ) _____

ص = $-٤ - س^{٢}$ ص = $-س^{٢} + ٣$ ص = $٣ + س^{٢}$ ص = $س^{٢} + ٢$ ص = $س^{٢}$

تمارين ١٤-١-ب

١) أكمل جدول القيَم لكلّ من الدوال التالية. حدِّد قيَم س ، ص لكل دالة على مُستوى إحداثيّ مُنفصِل، وصِل بينها بمُنحنى لتحصل على التمثيل البياني للدالة:

أ

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص = س^{٢} − ٣س + ٢								

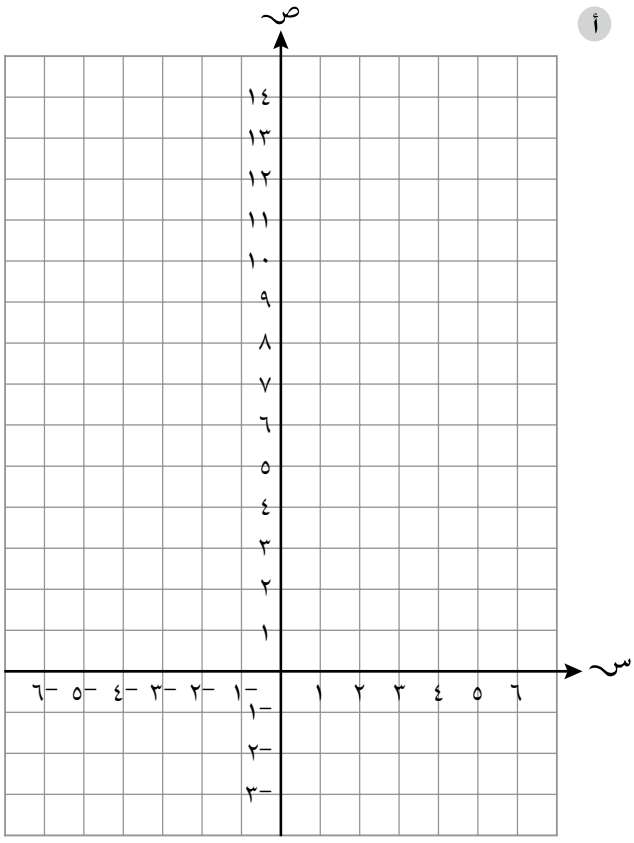
ب

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
ص = س^{٢} − ٢س − ١							

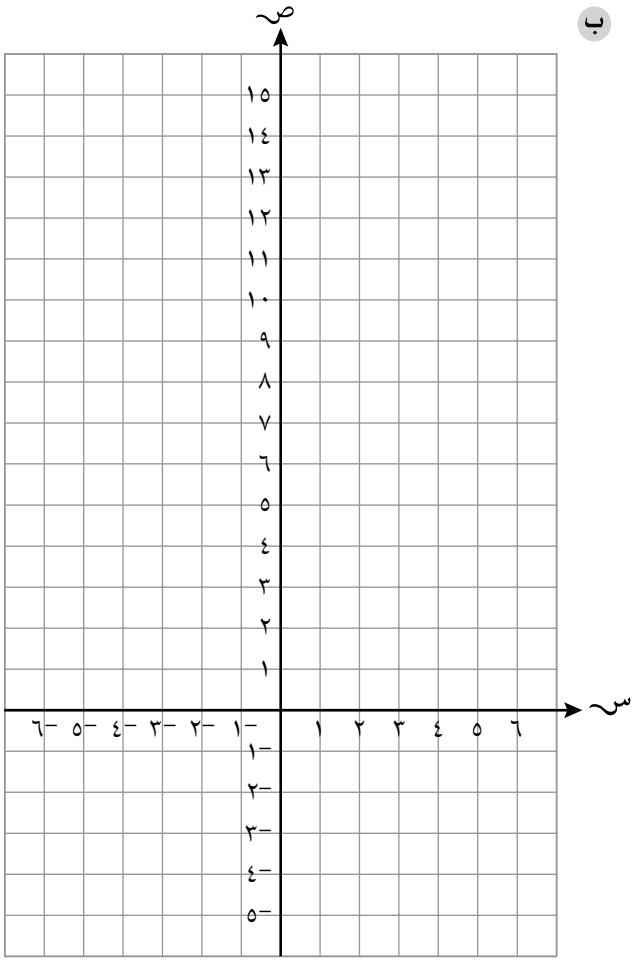
ج

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص = −س^{٢} + ٤س + ١									

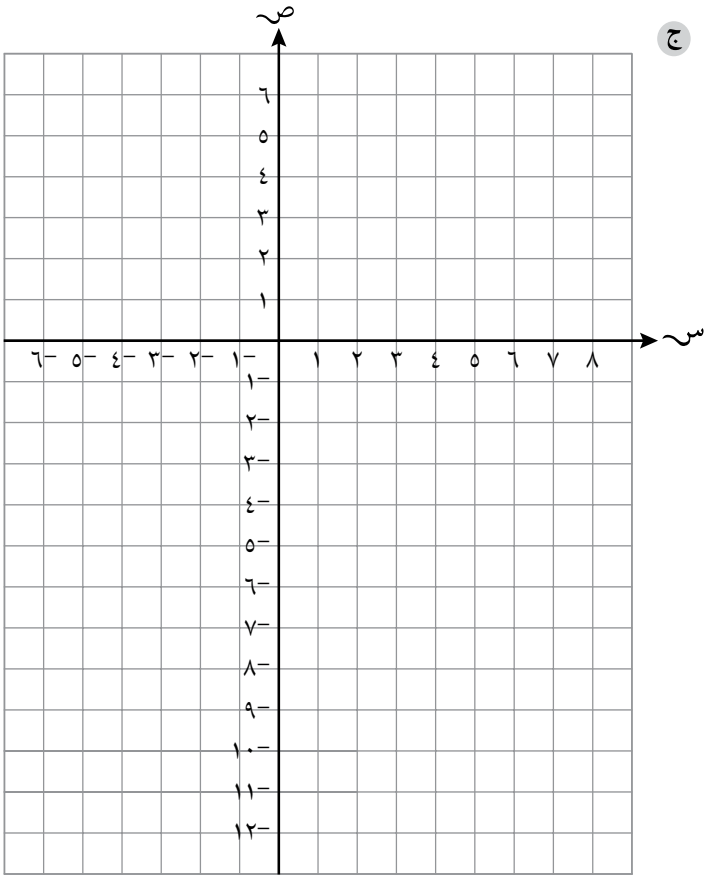
أ



ب

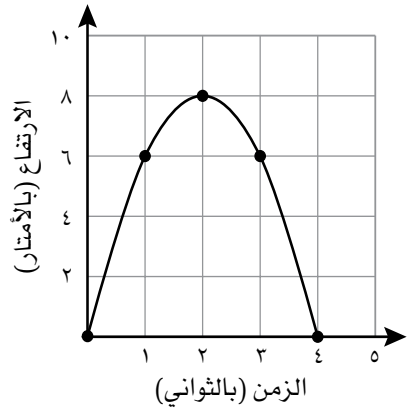


ج



تمارين ١٤-١-(ج، د)

١) يُبيِّن التمثيل البياني المُقابِل مسار حجر تمّ رميه في الهواء:



أ ما أقصى ارتفاع يصل إليه الحجر؟

ب ما الزمن الذي يستغرقه الحجر للوصول إلى أقصى ارتفاع؟

ج ما الارتفاع الذي يصل إليه الحجر في الثانية الأولى؟

د ما المُدَّة التي بقي فيها الحجر في الهواء؟

هـ قدِّر المُدَّة التي بقي فيها الحجر في الهواء عند ارتفاع أعلى من ٣ م.

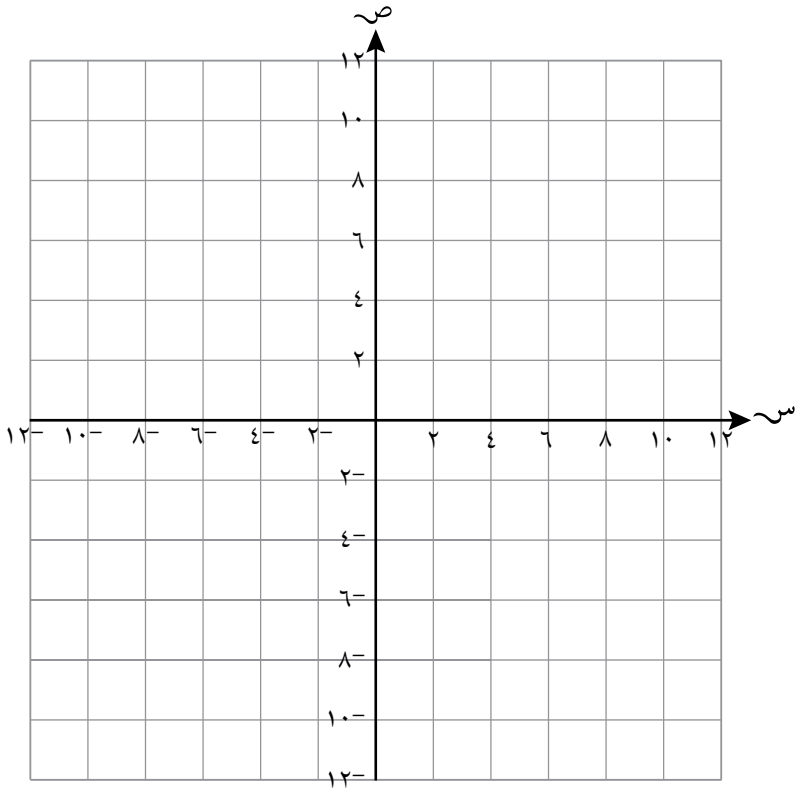
٢-١٤ رسم التمثيل البياني للدوال التي تأتي في صورة: ص = $\frac{أ}{س}$ ، س ≠ .

- يمكن كتابة الدالة ص = $\frac{أ}{س}$ حيث س ≠ ٠ في صورة س ص = أ. التمثيل البياني لهذه الدالة يتماثل حول المحورَيْن ص = ±س.
- عندما تكون الدالة في صورة ص = $\frac{أ}{س}$ + ع حيث س ≠ ٠، يتحرَّك تمثيلها البياني إلى الأعلى أو إلى الأسفل، استنادًا إلى الإشارة الموجبة او السالبة للثابت ع. حيث س ≠ ٠ و ص ≠ ٠ في جميع الدوال.
- التمثيل البياني للدالة ص = $\frac{أ}{س}$ حيث س ≠ ٠ مُتماثِل حول المُستقيمَين ص = س و ص = −س.

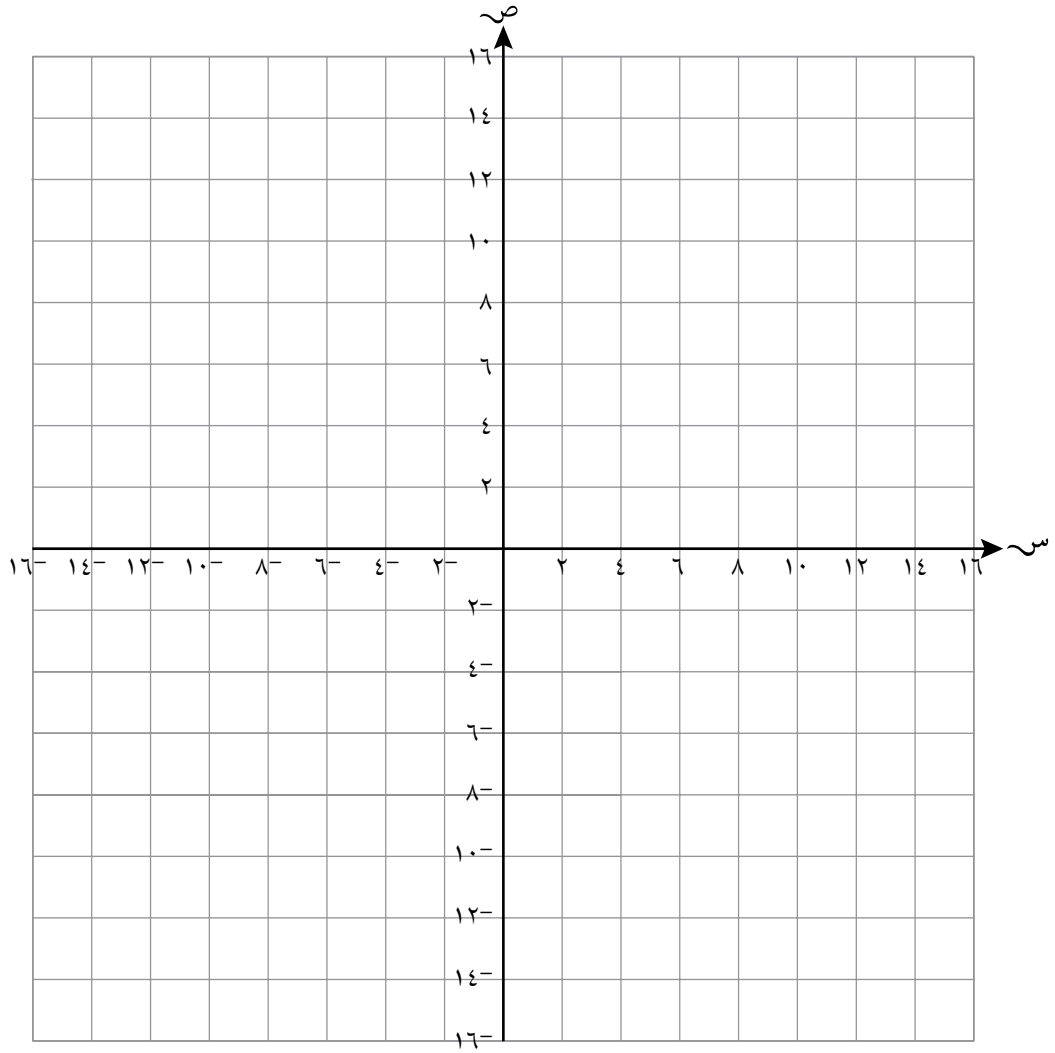
تمارين ١٤-٢

١) ارسم التمثيل البياني لكل من الدوال التالية، بحيث تقوم بتحديد ثلاث نقاط على الأقل في كل ربع، ثم صل بينها بمنحنى:

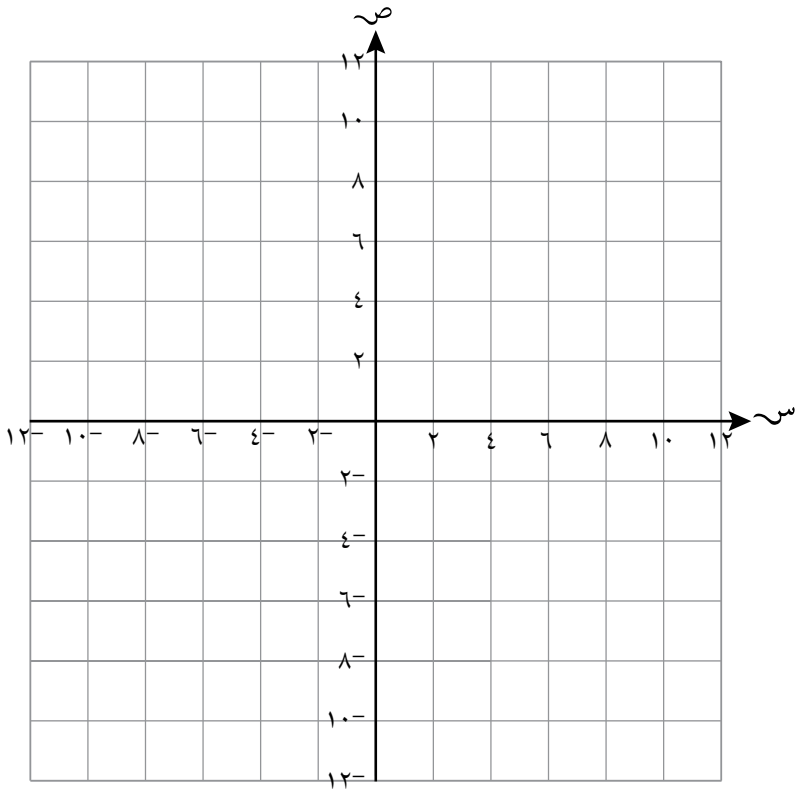
أ س ص = ٥



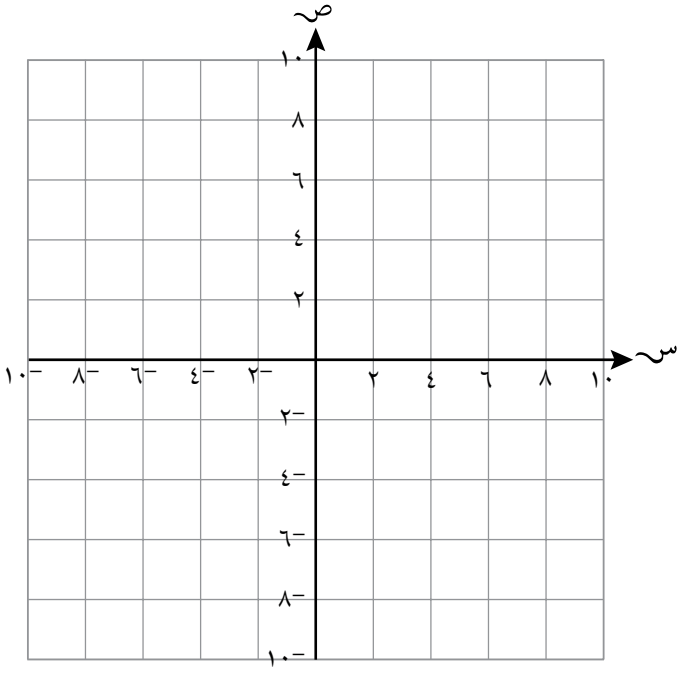
ب $ص = \frac{١٦}{س}$


ص
س
١٦
١٤
١٢
١٠
٨
٦
٤
٢
-٢
-٤
-٦
-٨
-١٠
-١٢
-١٤
-١٦
٢
٤
٦
٨
١٠
١٢
١٤
١٦
-٢
-٤
-٦
-٨
-١٠
-١٢
-١٤
-١٦

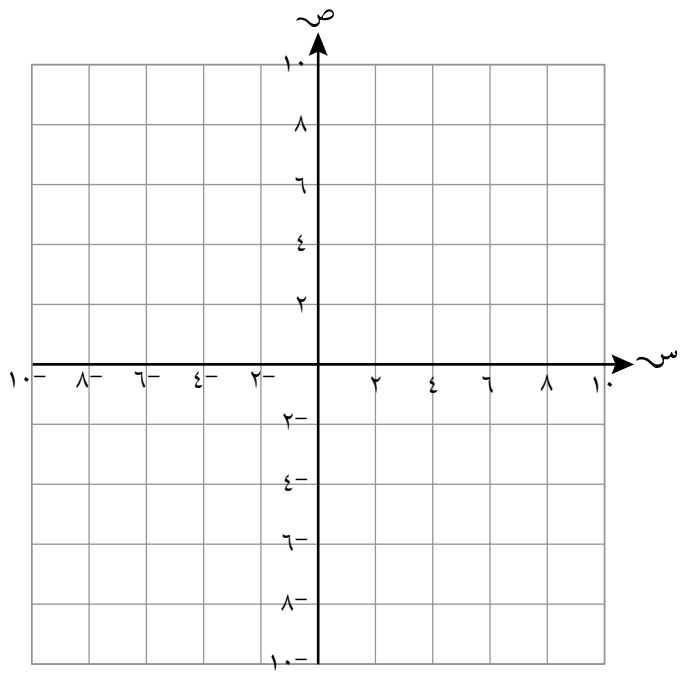
ج س ص = ٩



د ص = $-\frac{٨}{س}$



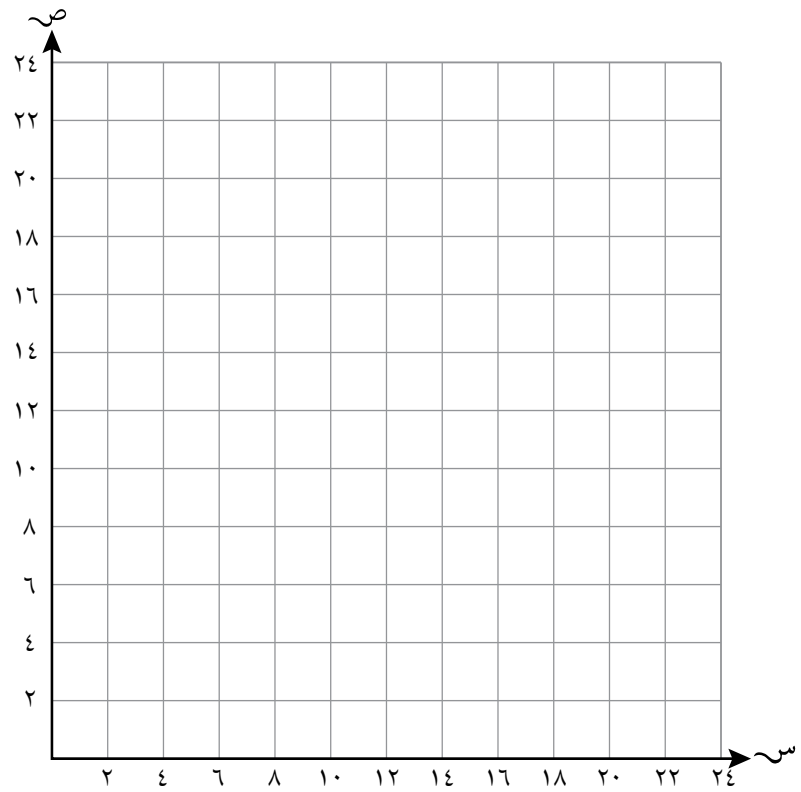
هـ ص = $-\frac{٤}{س}$



٢) مُستطيل طوله وعرضه عددان كاملان من الأمتار، وتبلغ مساحته ٢٤ م^{٢}.

أ ارسم جدْولاً يُبيِّن كل القيَم المُمكِنة لطول المُستطيل وعرضه.

ب عيِّن القيَم، التي حصلت عليها في الجُزئية أ، على شبكة الإحداثيات.



ج صِل بين النقاط بمُنحنى. ماذا يُمثِّل التمثيل البياني؟

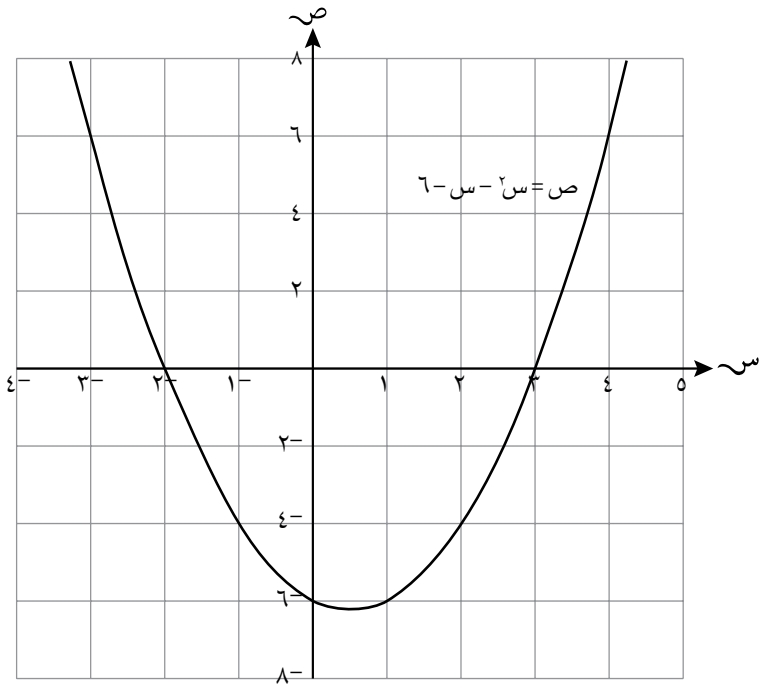
د افترض الآن أن طول المُستطيل وعرضه يمكن أن يتَّخذا أيّ قيمة موجبة، بحيث تظلّ مساحة المُستطيل ٢٤ م^{٢}. استخدم التمثيل البياني لتجد العرض، عندما يبلغ الطول ٧ م.

١٤-٣ حل المُعادَلات التربيعيّة بيانيًّا

- إذا احتوت المُعادَلة التربيعيَّة على جذور حقيقية، فإن تمثيلها البياني سيتقاطع مع المحور السيني في نقطة إحداثيها الصادي يساوي صفرًا.
- لحلّ المُعادَلات التربيعيّة بيانيًّا، أوجد الإحداثيات السينيَّة لنقاطٍ إحداثياتُها الصاديَّة تساوي صفرًا.

تمارين ١٤-٣

١) استخدم التمثيل البياني للدالة ص = س^{٢} – س – ٦ لحلّ كلّ من المُعادَلات التالية:



مُساعَدة

في الجُزئية ج، يفيدك أن تُعيد صياغة المُعادَلة بحيث يتساوى طرفها الأيمن مع الطرف الأيمن للمعادلة المُعرَّفة بيانيًّا، وذلك من خلال طرح ٦ من طرفَي المُعادلة.

أ) س^{٢} – س – ٦ = ٠

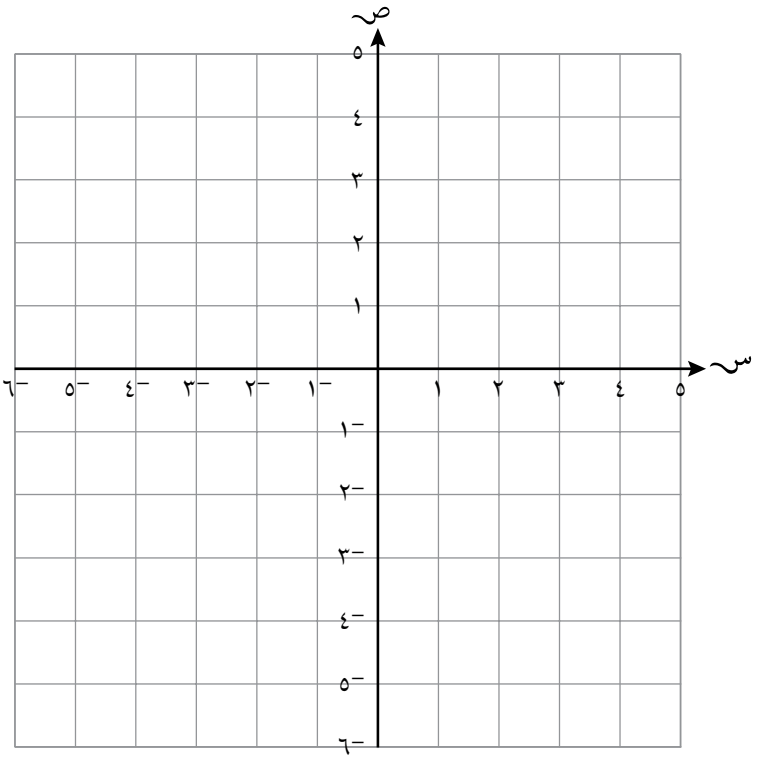
ب) س^{٢} – س – ٦ = –٤

ج) س^{٢} – س = ١٢

٢) أ ارسم التمثيل البياني للدالة الآتية، مُستخدمًا قيَمًا لـ س في الفترة $-٣ \leqslant$ س $\leqslant ٢$

ص = $-$س^{٢} $-$ س + ٢

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢
ص						



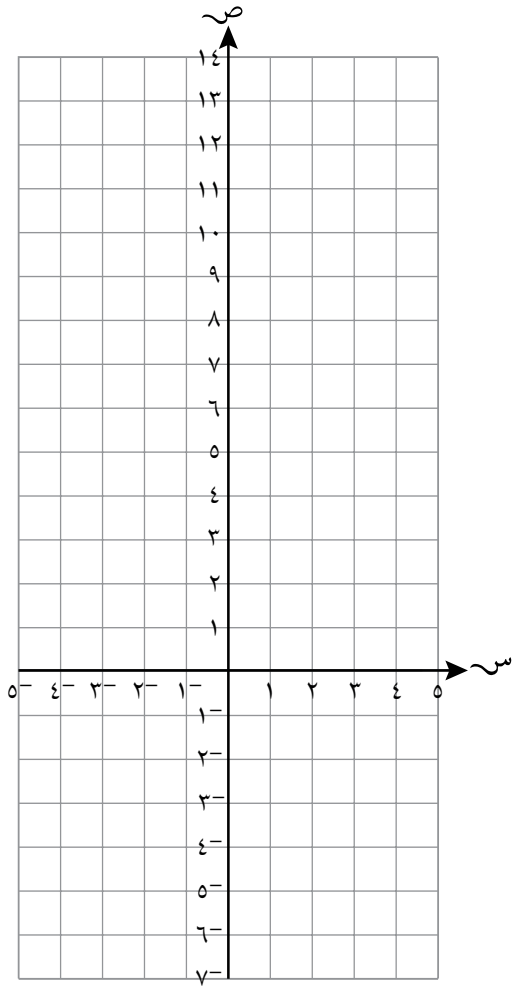
ب استخدم التمثيل البياني للدالة في الجزئية (أ) لحلّ كلّ من المُعادَلات التالية:

(١) $-$س^{٢} $-$ س + ٢ = ٠ (٢) $-$س^{٢} $-$ س + ٢ = ١ (٣) $-$س^{٢} $-$ س + ٢ = -٢

٣) أ ارسم التمثيل البياني للدالة الآتية، في الفترة $-٤ \leqslant س \leqslant ٥$

$ص = س^{٢} - س - ٥$

س	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص										



ب استخدم التمثيل البياني للدالة في الجزئية (أ) لحلّ كلّ من المُعادَلات التالية:

(١) $٠ = س^{٢} - س$ (٢) $س^{٢} - س - ٥ = ١$ (٣) $س^{٢} - س = ١٢$

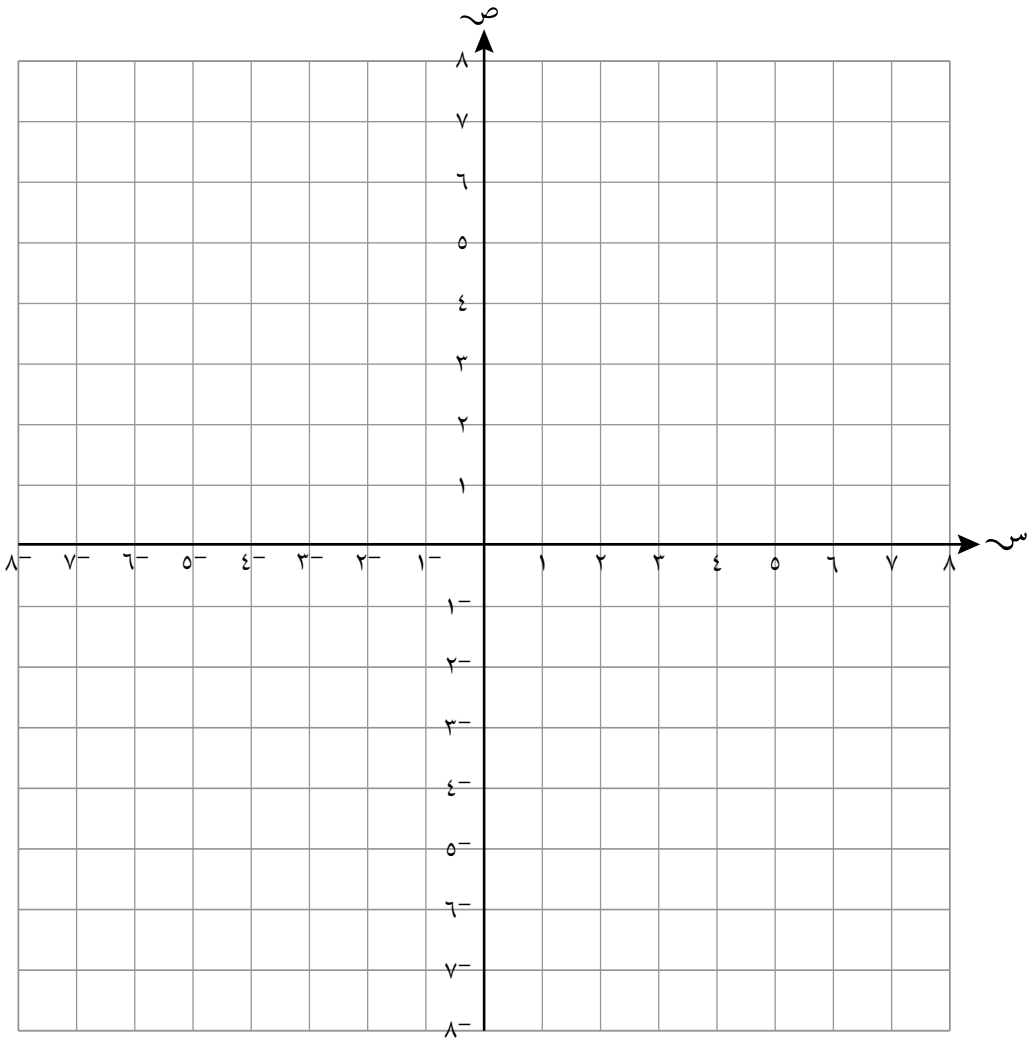
١٤-٤ استخدام التمثيلات البيانية للدوال لحلّ مُعادَلات خطّية ومُعادلات غير خطّية آنيًّا

- الحل هو الإحداثي السيني لنقطة التقاطُع بين التمثيلات البيانية.

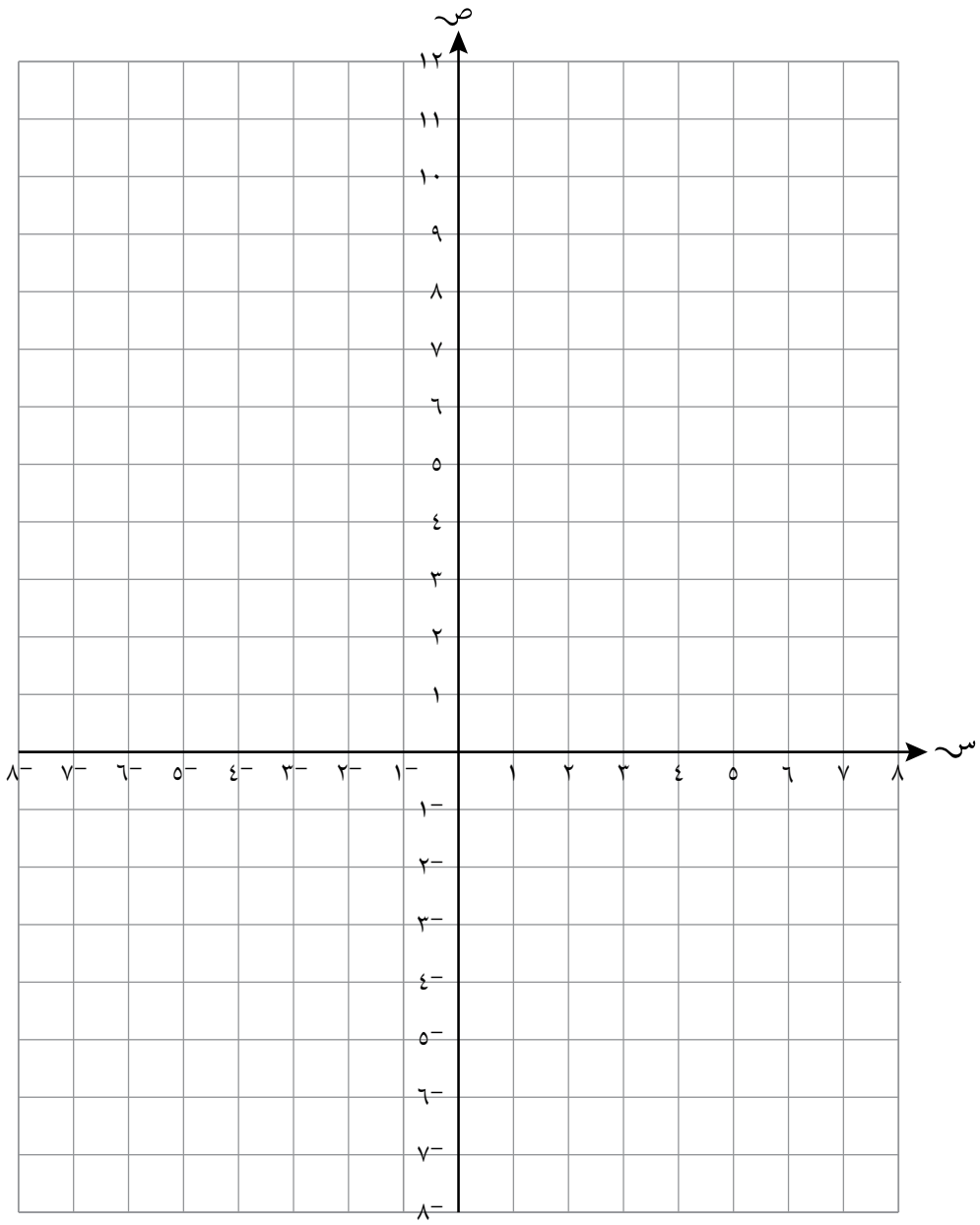
تمارين ١٤-٤

١) ارسم التمثيلات البيانية لأزواج الدوال التالية، ثم أوجد نقاط التقاطع.

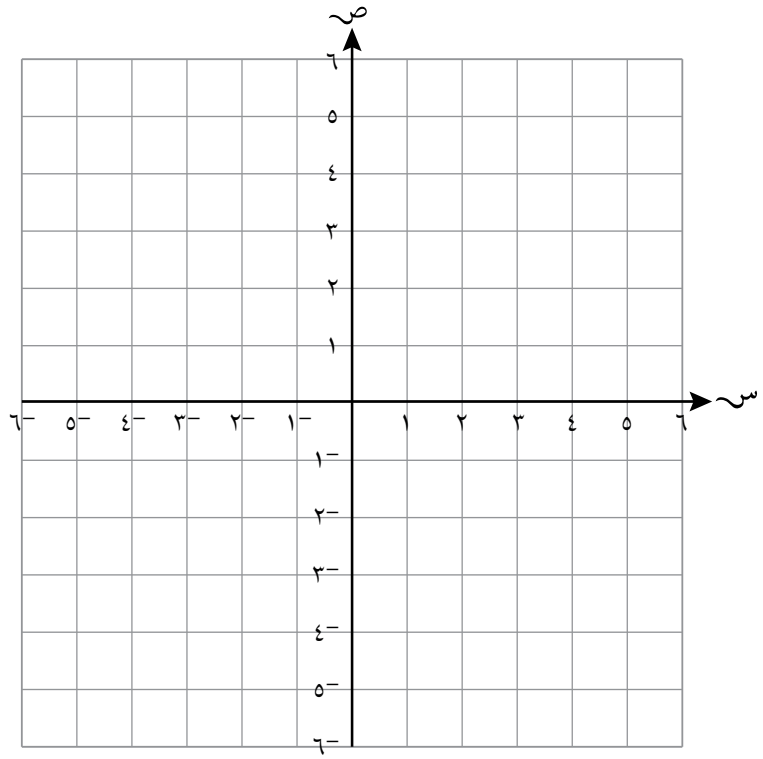
أ ص = $\frac{٤}{س}$ ، ص = ٢س + ٢



ب ص = س^{٢} + ٢س − ٣ ، ص = −س + ١

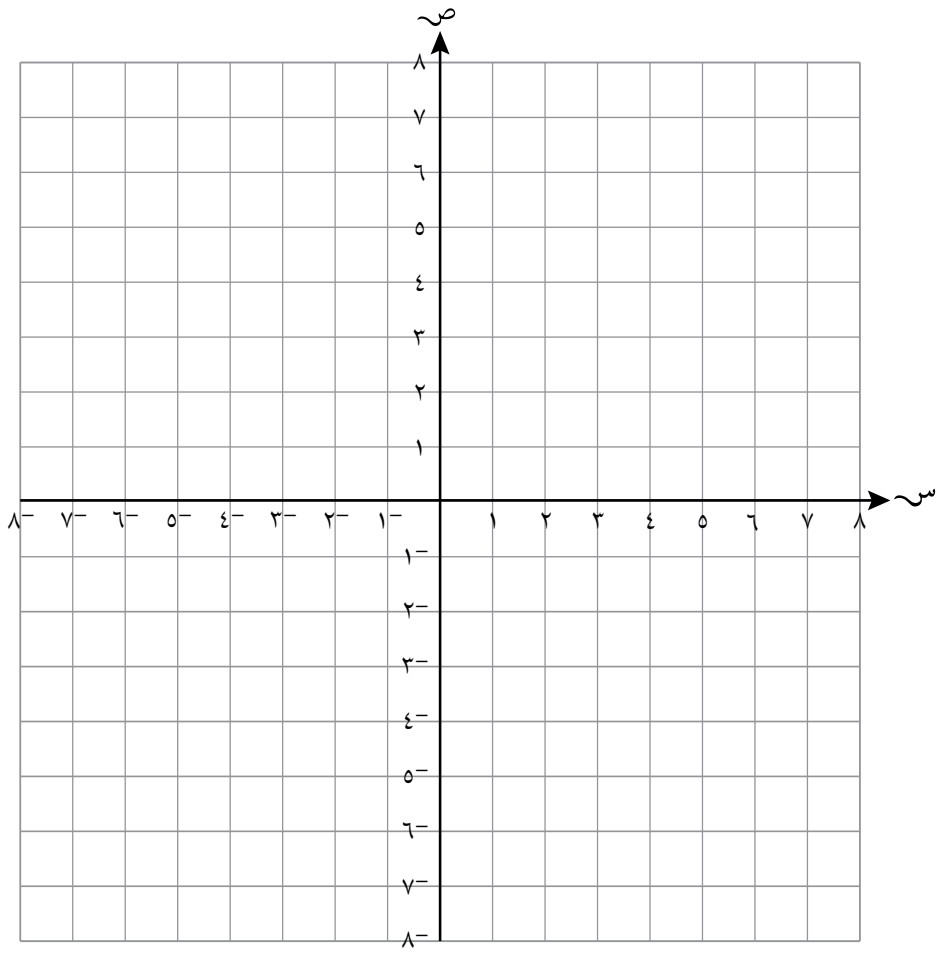


ج ص = $-س^{٢} + ٤$ ، ص = $\frac{٣}{س}$

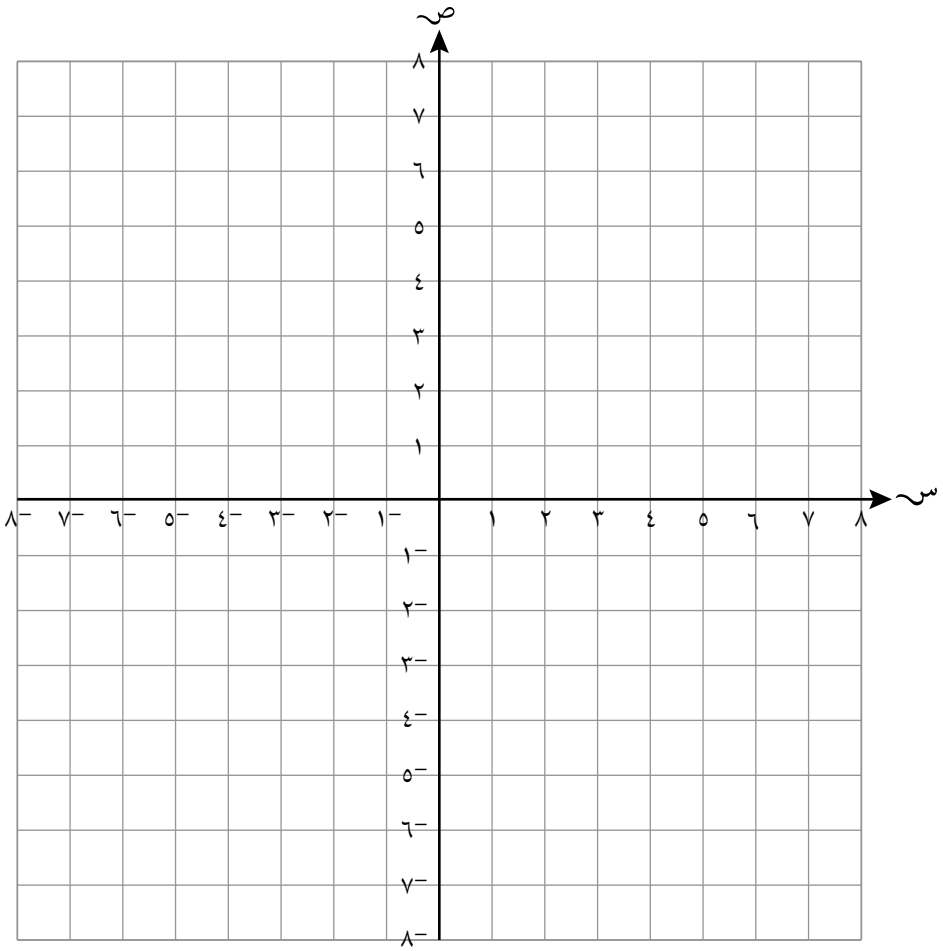


٢) أوجد نقاط تقاطع الدوال الآتية بيانيًّا:

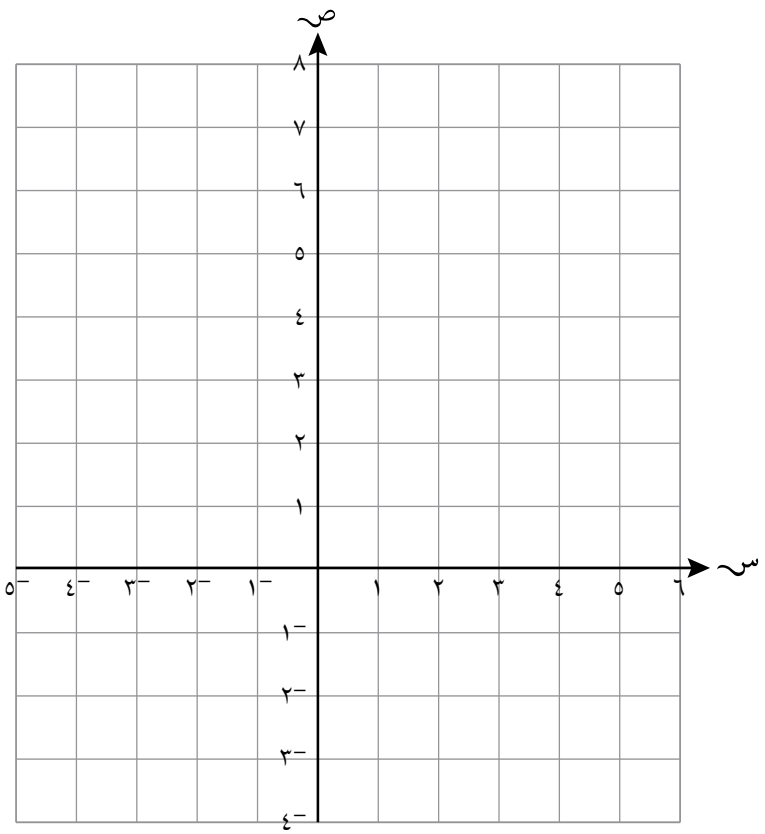
أ ص = ٢س^{٢} + ٣س − ٢ ، ص = س + ٢



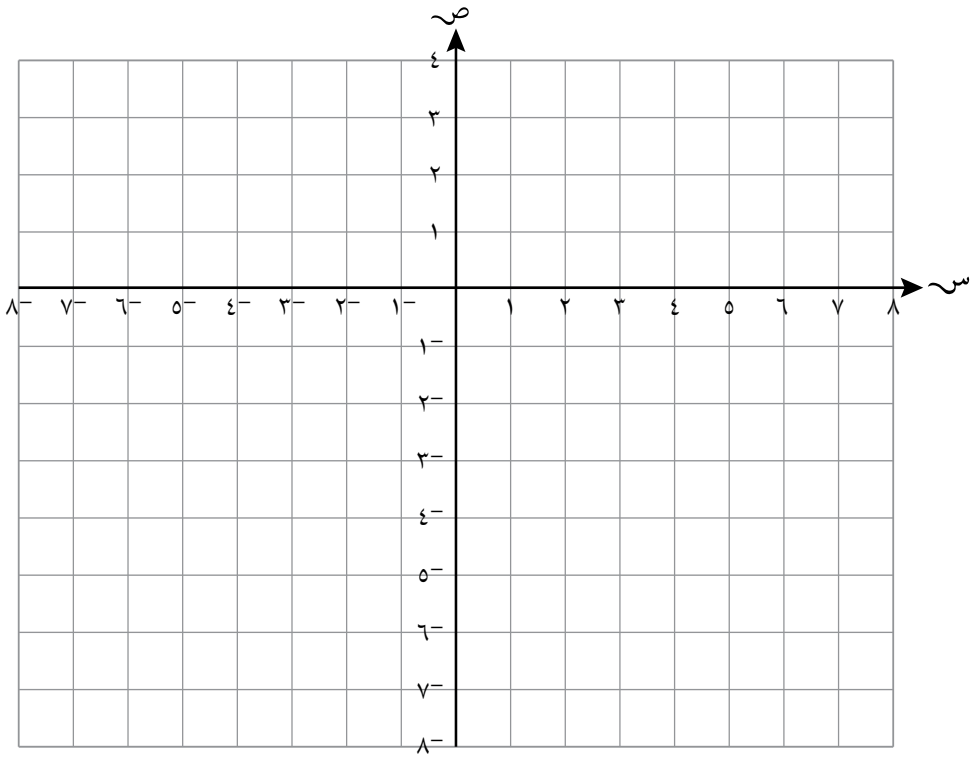
ب ص = س^{٢} + ٢س ، ص = $^{-}$س + ٤



ج ص = $-٢س^{٢} + ٢س + ٤$ ، ص = $-٢س - ٤$



د ص = $-٥,٠س^{٢} + س + ١,٥$ ، ص = $\frac{١}{٢}س$



١٤-٥ المزيد من التمثيلات البيانيَّة غير الخطّية

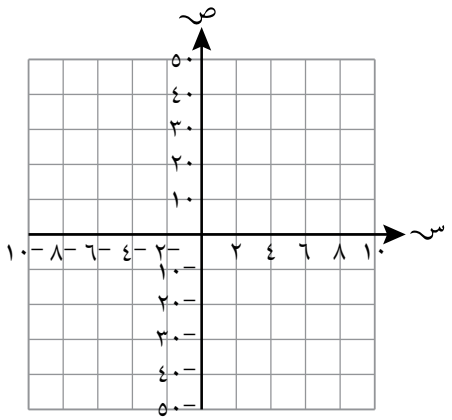
- الدوال التكعيبيّة تتضمَّن حدًّا مرفوعًا للأسّ ثلاثة، وهو أعلى قوى المُتغيِّر س.
  - إذا كانت س موجبة، فإن $س^{٣}$ موجبة و $-س^{٣}$ سالبة.
  - إذا كانت س سالبة، فإن $س^{٣}$ سالبة و $-س^{٣}$ موجبة.
- ينتج عن الدوال التكعيبيّة تمثيلات بيانيَّة تُسمّى المُنحنيات التكعيبيّة.
- الصورة العامّة للدالة التكعيبيّة، هي ص = أ$س^{٣}$ + ب $س^{٢}$ + جـ س + د حيث أ ≠ ٠.

تمارين ١٤-٥-(أ، ب)

١) أنشئ جدْول قيَم في الفترة $-٥ \leqslant$ س $\leqslant ٥$، وعيِّن النقاط لرسم التمثيلات البيانيَّة لكلّ من الدوال التالية:

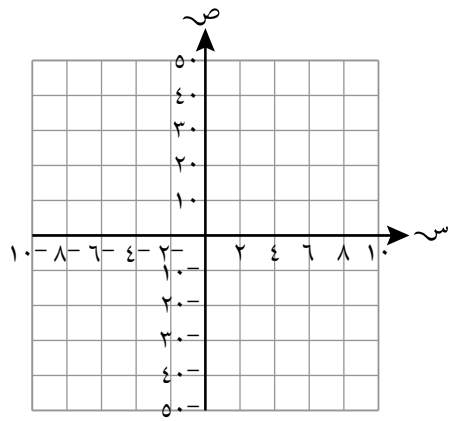
أ ص = $س^{٣} - ٤س^{٢}$

س											
ص											



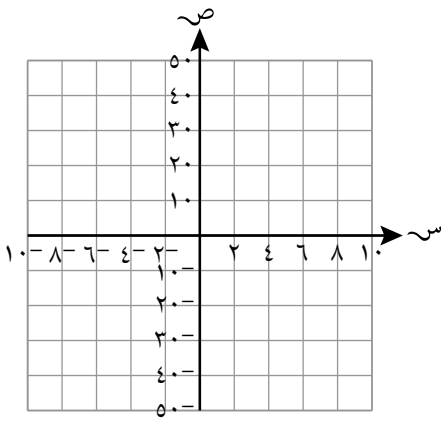
ب ص = $س^{٣}$ + ٥

س											
ص											



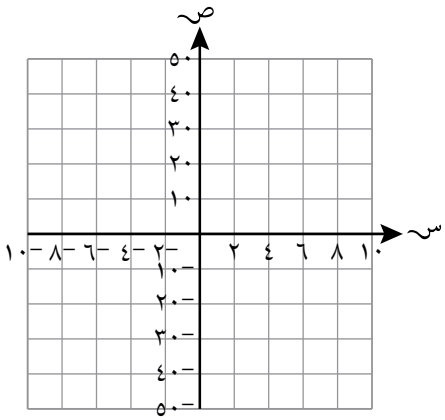
ج ص = $-٢س^{٣} + ٥س^{٢} + ٥$

س											
ص											



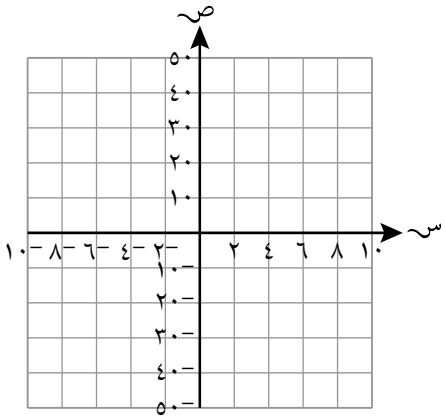
د ص = $-س^{٣} + ٤س^{٢} - ٥$

س											
ص											



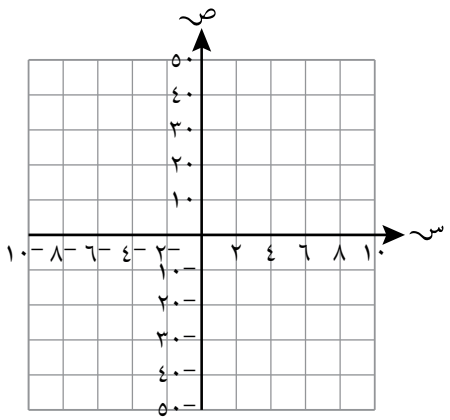
هـ ص = $س^{٣} + ٢س - ١٠$

س											
ص											



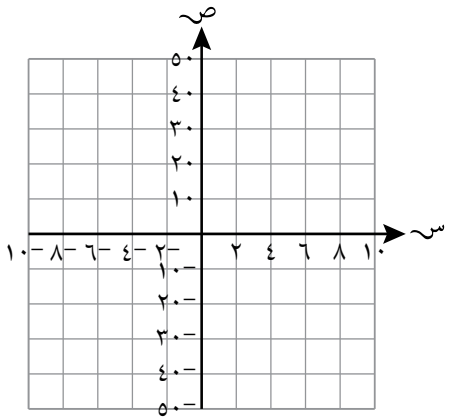
و ص = ٢س^{٣} + ٤س^{٢} − ٧

س											
ص											



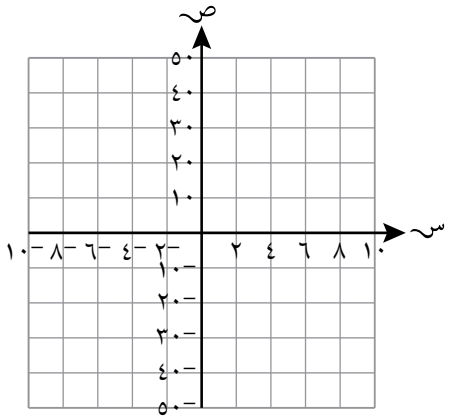
ز ص = −س^{٣} − ٣س^{٢} + ٦

س											
ص											



ح ص = −٣س^{٣} + ٥س

س											
ص											



٢) أ أكمل جدوَل القيَم للدالة ص = س^{٣} − ٥س^{٢} + ١٠

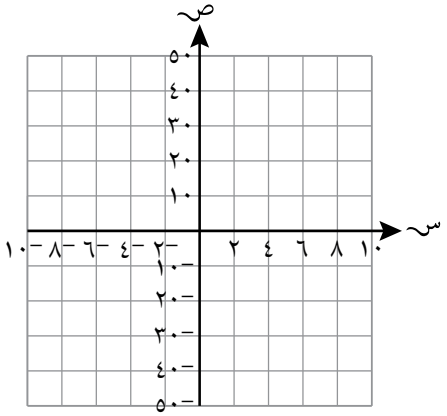
س	−٢,٥	−٢	−١,٥	−١	−٠,٥	٠	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥	٣	٤	٥	٦
ص															

مُساعَدة

أعد صياغة المُعادلة بحيث يكون طرفها الأيمن مساويًا للدالة المُعطاة من أجل أن يساعدك ذلك على حلّ المُعادَلة الجديدة.

ب ارسم التمثيل البياني للدالة ص = س^{٣} − ٥س^{٢} + ١٠ في الفترة

−٢,٥ ≤ س ≤ ٦



ج استخدم التمثيل البياني للدالة في الجزئية (ب) لحلّ كلّ من المُعادَلات التالية:

(١) س^{٣} − ٥س^{٢} + ١٠ = ٠

(٢) س^{٣} − ٥س + ١٠ = ١٠

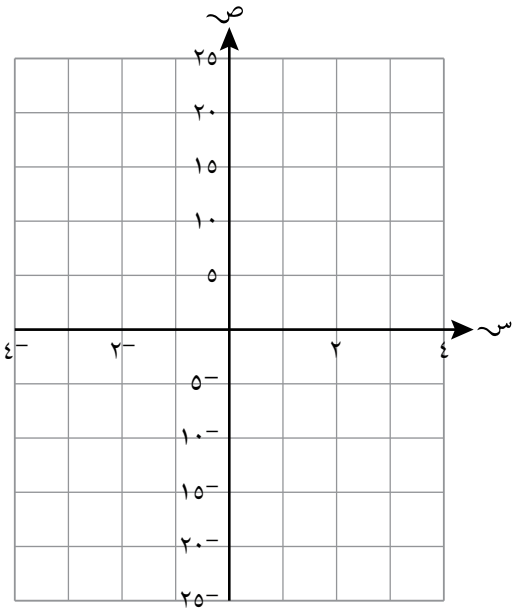
(٣) س^{٣} − ٥س^{٢} + ١٠ = س − ٥

تمارين ١٤-٥-ج

١) أنشئ جدوَل قيَم في الفترة $-٣ \leqslant س \leqslant ٣$، وارسم التمثيل البياني لكلّ من الدوال التالية:

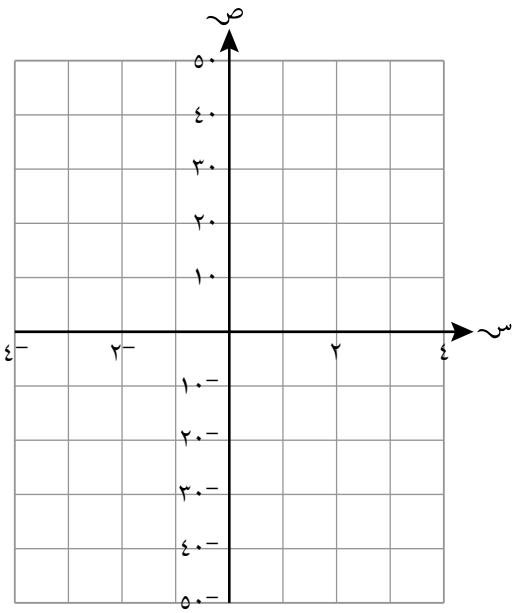
أ $ص = س - \frac{١}{س}$

س											
ص											



ب $ص = س^{٢} + \frac{١}{س}$

س											
ص											

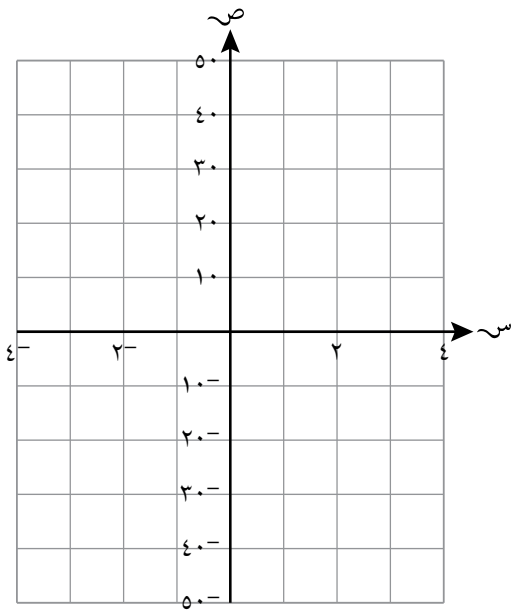


مُساعَدة

عندما تريد رسم التمثيلات البيانية للدوال، عليك أن تُنشئ جدوَل قيَم يتضمَّن على الأقل ثماني قيَم للمتغيِّر س للحصول على دلالة واضحة عن شكل التمثيل البياني.

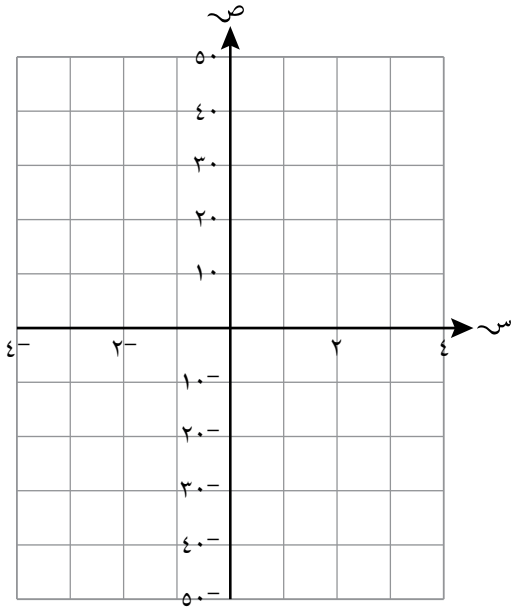
ج ص = س^{٢} + ٢ − $\frac{٤}{س}$

س											
ص											



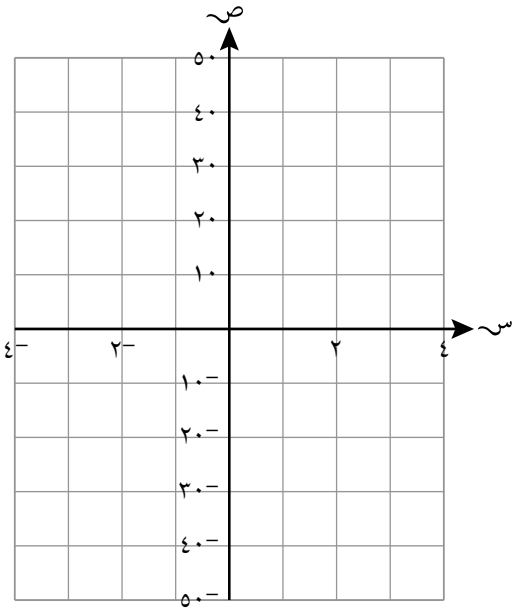
د ص = ٢س + $\frac{٣}{س}$

س											
ص											



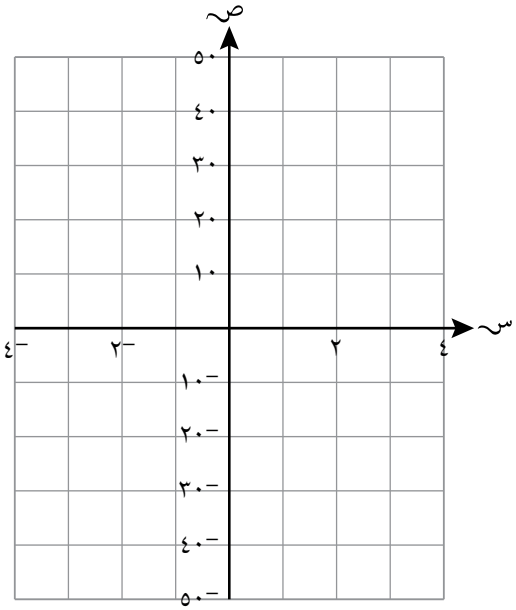
هـ $ص = س^{٣} - \frac{٢}{س}$

س											
ص											



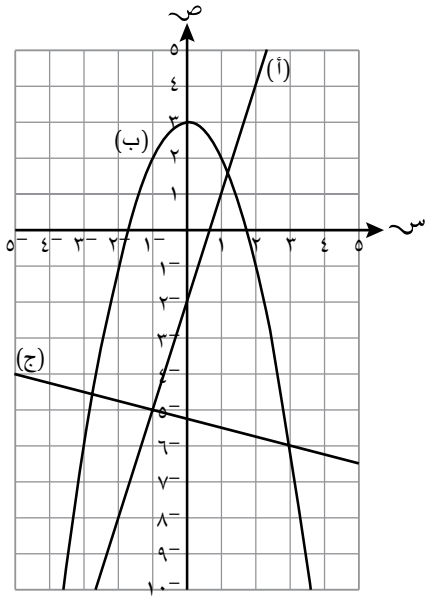
و $ص = س^{٢} - س + \frac{١}{س}$

س											
ص											



تمارين مُتنوِّعة

١)



أ اكتب الدالَّتين الخطيَّتَين للتمثيلَين البيانيَّين (أ) و (ج) أعلاه.

ب (١) حُلّ المُعادَلتَين للتمثيلَين البيانيَّين (أ) و (ج) آنيًّا.

(٢) كيف تتحقَّق من الحل بيانيًّا؟

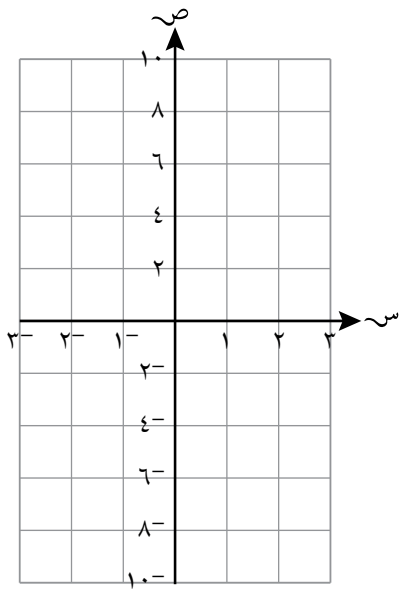
ج ما القيمة العُظمى للتمثيل البياني في (ب)؟

٢) أ ارسم التمثيلَين البيانيَّين للدالتين الآنيَّتَين على نفس المُستوى الإحداثي:

ص = س^{٢} و ص = س^{٣}

س											
ص											

س											
ص											

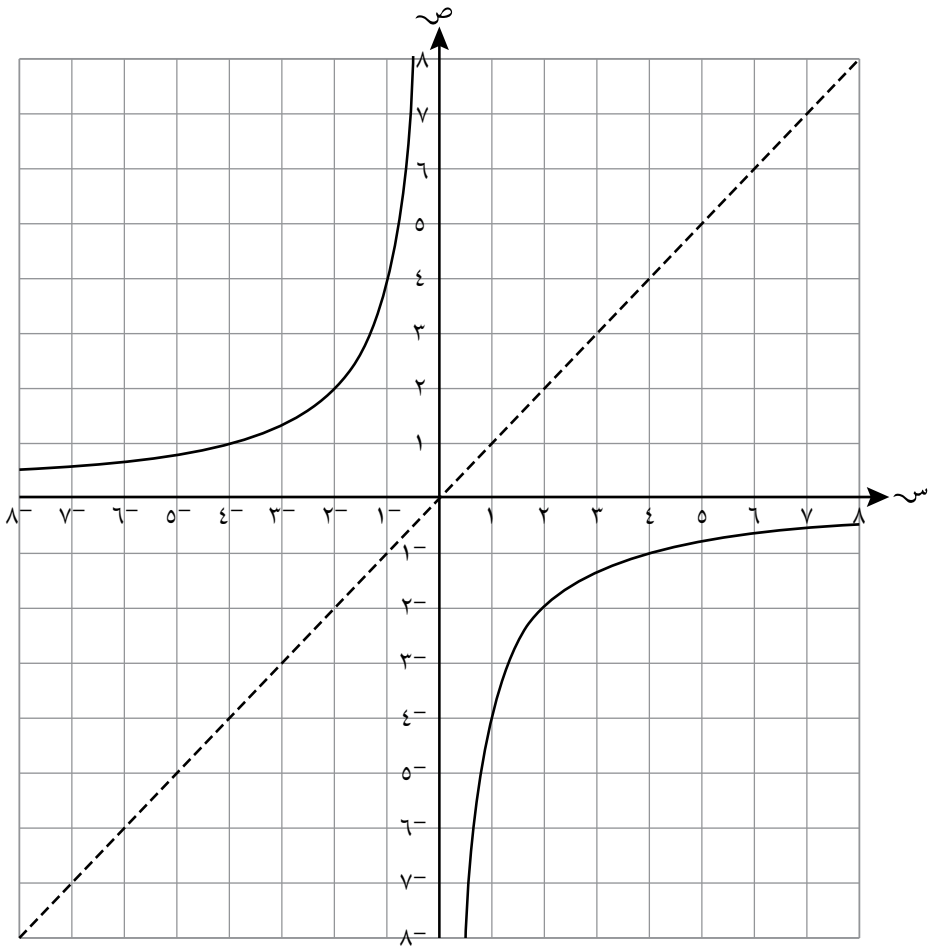


ب استخدم التمثيلَين البيانيَّين لتحلّ المُعادَلتَين المُرتبِطتَين بهما آنيًّا.

ج حُلّ المُعادَلات برسم المُستقيم، أو المُستقيمات المُناسِبة، على نفس المُستوى الإحداثي:

(١) س^{٢}= ٤ (٢) س^{٣} + ٨ = ٠

٣) إذا كان المُستقيم المُنقَّط هو محوَر التماثُل للتمثيل البياني المُعطى ص = $\frac{-٤}{س}$.



أ أوجد مُعادَلة محوَر التماثُل المُعطى.

ب ارسم محوَر التماثُل الآخر، واكتب مُعادَلته.

الوحدة الخامسة عشرة: النموّ الأُسّي والاضمحلال الأُسّي

١٥-١ فهم النموّ الأُسّي والاضمحلال الأُسّي

- ينتج عن $أ^{س}$ نموّ أسّيّ عندما $أ > ١$
- ينتج عن $أ^{-س}$ اضمحلال أسّيّ عندما $أ > ١$ كما ينتج عن $أ^{س}$ اضمحلال أسّيّ عندما $٠ < أ < ١$
- تتزايد الأعداد في التغيُّر الأسّي بسرعة كبيرة جدًّا.
- تتناسب الكمّيَّة في التغيُّر الأسّي مع قياس القيمة.

تمارين ١٥-١

١) أكمل الجدول التالي مُقرِّبًا الإجابات إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين عند الضرورة.

س	-٢	-١	٠	١	٢
$٦^{س}$					
$(٢,٥)^{س}$					

٢) في المُتتالية $(٣,٥)^{ن}$. أوجد قيمة العدد الصحيح ن عندما تتجاوز المُتتالية العدد ١٠٠ لأوّل مرَّة.

٣) أ أكمل جدول القيَم التالي لقوى العدد ٥ وقوى العدد $\frac{١}{٥}$

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
$٥^{س}$							
$\left(\frac{١}{٥}\right)^{س} = (٠,٢)^{س}$							

ب ما الرابط بين الصفَّين في الجدول أعلاه؟

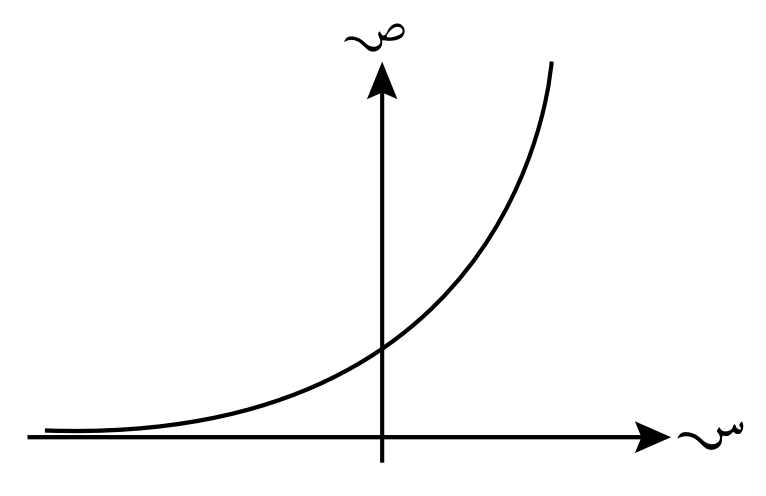
٤) يُبيِّن الجدول التالي أوّل حدّين في المُتتاليَتَين ١٠ن^{٢} و ٢^{ن}.

ن	١٠ن^{٢}	٢^{ن}
١	١٠	٢
٢	٤٠	٤
٣		
٤		
٥		

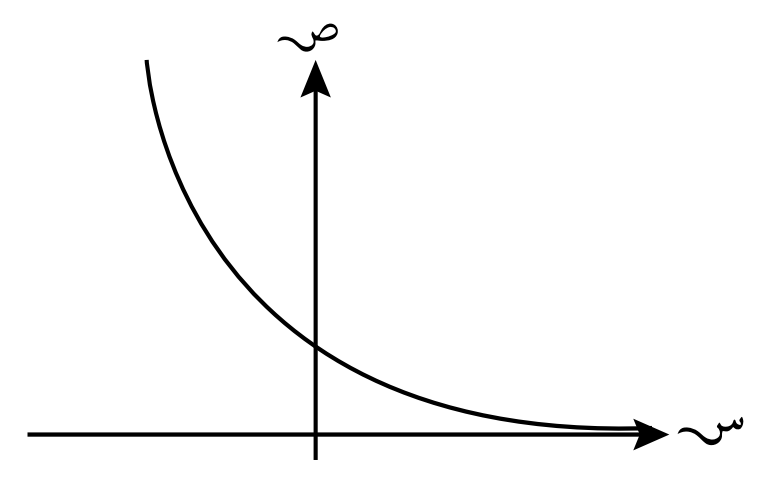
في البداية، لاحظ أنَّ ١٠ن^{٢} أكبر من ٢^{ن}، ما قيمة العدد الصحيح ن التي يحدث عندها التغيُّر بحيث يصبح ١٠ن^{٢} أصغر من ٢^{ن}؟

١٥-٢ التمثيلات البيانية للنمو الأُسّي والاضمحلال الأُسّي

- يكون التمثيل البياني للنموّ الأسّي على صورة:



- يكون التمثيل البياني للاضمحلال الأسّي على صورة:

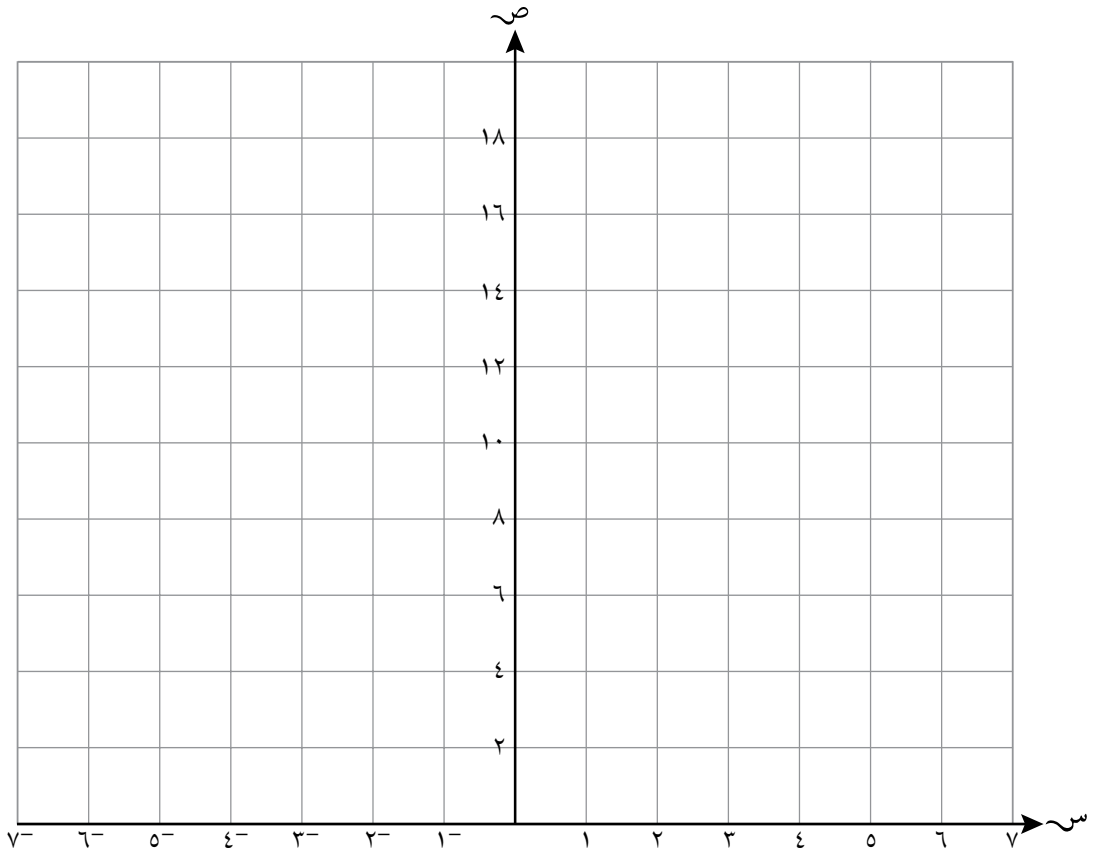


- يقطع التمثيل البياني للدالّة ص = أ^{س} المحور الصادي عند النقطة (٠، ١) ويُمثِّل المحور السيني خطّ تقارُب للتمثيل البياني.
- الدالّة ص = أ$^{-س}$ هي نفس الدالّة ص = $\left(\frac{١}{أ}\right)^{س}$ عندما أ ≠ ٠
- إذا أردنا أن تبدأ الدالّة الأُسيَّة بالقيمة ب بدلاً من ١، ستُصبح الدالّة في صورة ص = ب × أ^{س}

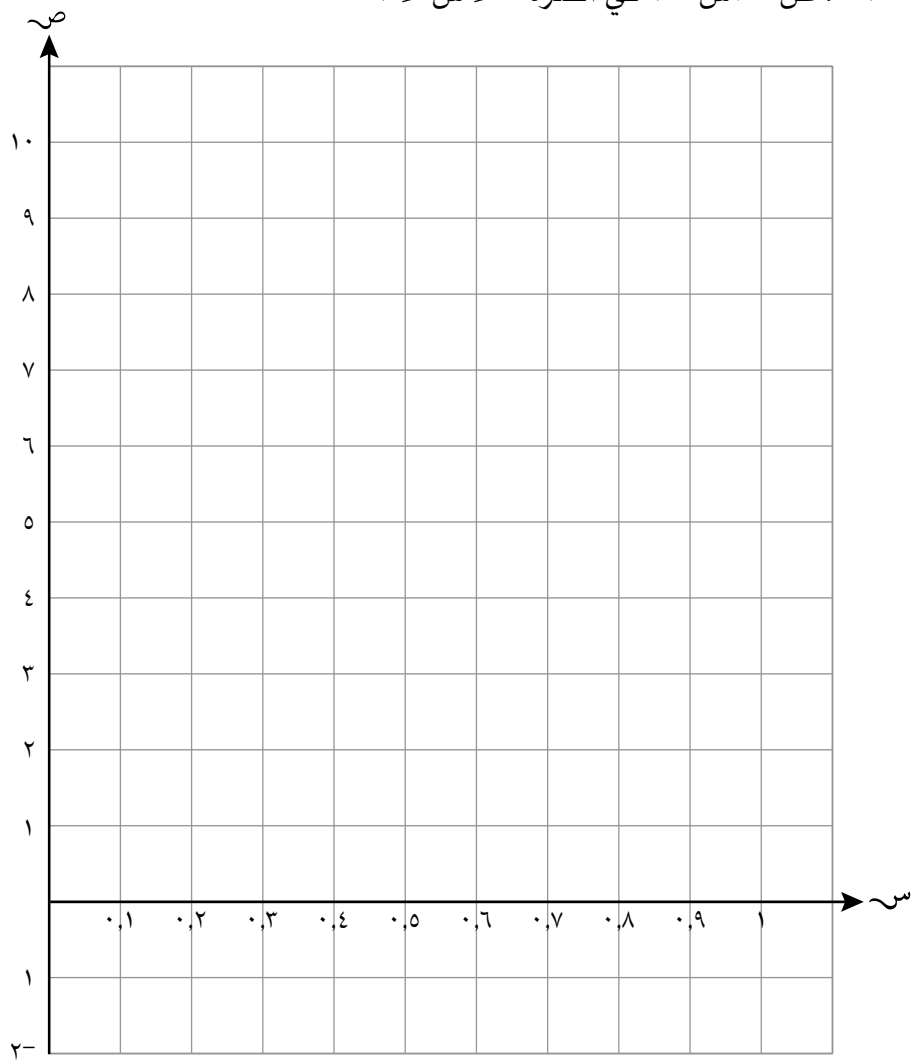
تمارين ١٥-٢

١) ارسم التمثيلَين البيانيَّيْن للدالَّتَين على نفس المستوى الإحداثي ثم أوجد حل المعادلتَين معًا في كل مما يلي:

أ ص = ٢^{س} ، ص = ٢$^{-س}$ في الفترة $-٤ \leqslant س \leqslant ٤$

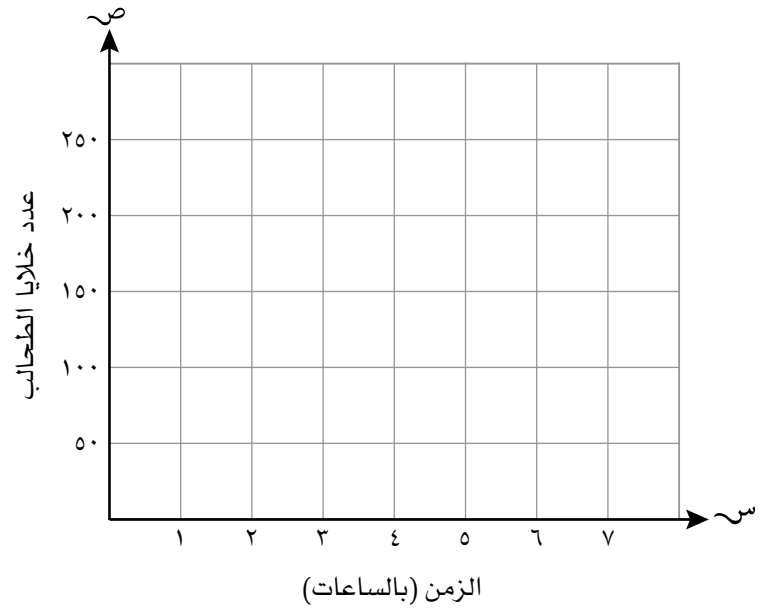


ب ص = ١٠^{س} ، ص = ٢س − ١ في الفترة ٠ ⩽ س ⩽ ١



٢) تمّ اكتشاف أنَّ طحالِب وحيدة الخلية تنقسم إلى ثلاث خلايا مُنفصِلة كل ساعة:

أ مثِّل نمو خلايا الطحلب خلال الساعات الخمس الأولى بيانيًّا.



ب (١) ارسم، على نفس المُستوى الإحداثي المُستخدَم في الجُزئية أ التمثيل البياني للمُستقيم ص = ١٢س + ١ الذي يُمثِّل بدوره نموّ كائن حيّ آخر وحيد الخلية، مُعدَّل نموّه ثابت.

(٢) ما مُعدَّل نموّ الكائن الحيّ الثاني؟

_____

_____

ج استخدم التمثيل البياني للجُزئيّتَين (أ) و (ب) لتجيب عن السؤالَين التاليَين:

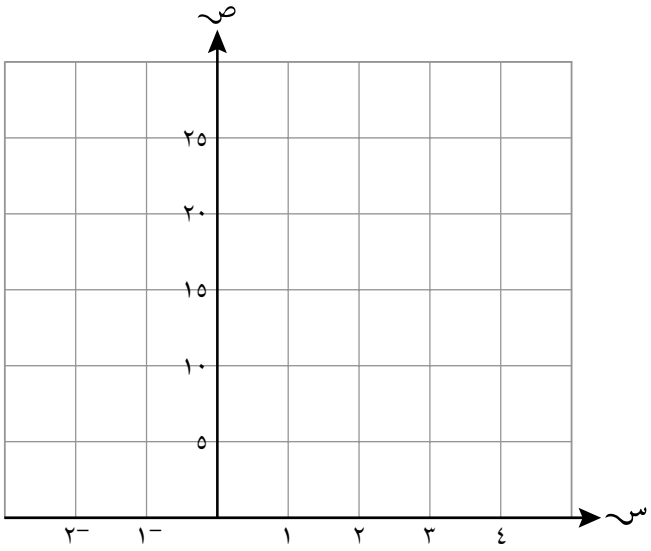
(١) كم ساعة ستمرّ حتى يصبح عدد خلايا الطحلب مُساويًا لعدد خلايا الكائن الحيّ الآخر؟

_____

(٢) ما عدد الخلايا في هذه الحالة؟

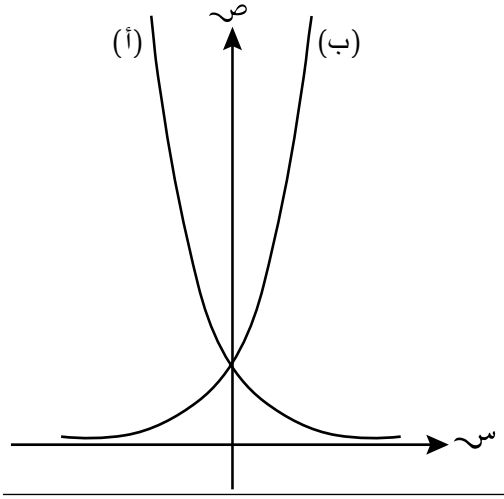
_____

٣) ارسم التمثيل البياني للدالّة ص = ٣ × ٢^{س} باستخدام قيَم س من -٢ إلى ٣ وقيَم ص من ٠ إلى ٢٥



٤) في الشكل المجاور، يُبيِّن الرسم (أ) التمثيل البياني للدالّة ص = (٢ , ٠)^{س}. ما الدالّة الممثّلة بالرسم (ب)؟

_____



٥) في كل مما يلي، اربط بين كل دالّة وتمثيلها البياني:

أ) ص = ٣^س

_____

ب) ص = ٣^-س

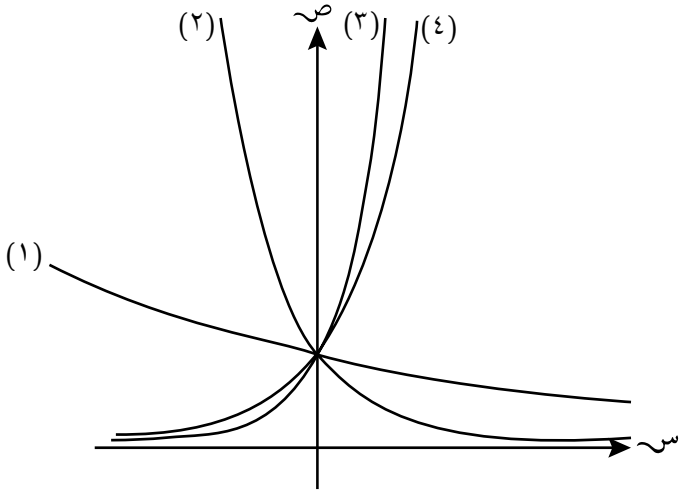
_____

ج) ص = ٥^س

_____

د) ص = (١,٢)^-س

_____



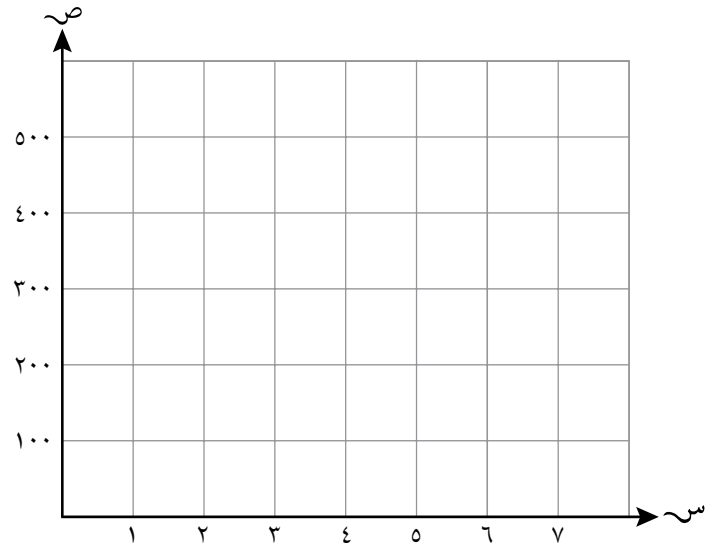
٣-١٥ تطبيقات حياتيّة على النموّ الأسّي والاضمحلال الأسّي

- يمكن التعبير عن النموّ الأسّي والاضمحلال الأسّي باستخدام الصيغتَين:
  - النموّ: ص = أ(١ + ر)^{ن}
  - الاضمحلال: ص = أ(١ − ر)^{ن} حيث أ القيمة الأصلية أو الأساسية، ر هو مُعدَّل التغيُّر ويُكتب في صورة عدد عشري، ن الفترة الزمنية.

تمارين ٣-١٥

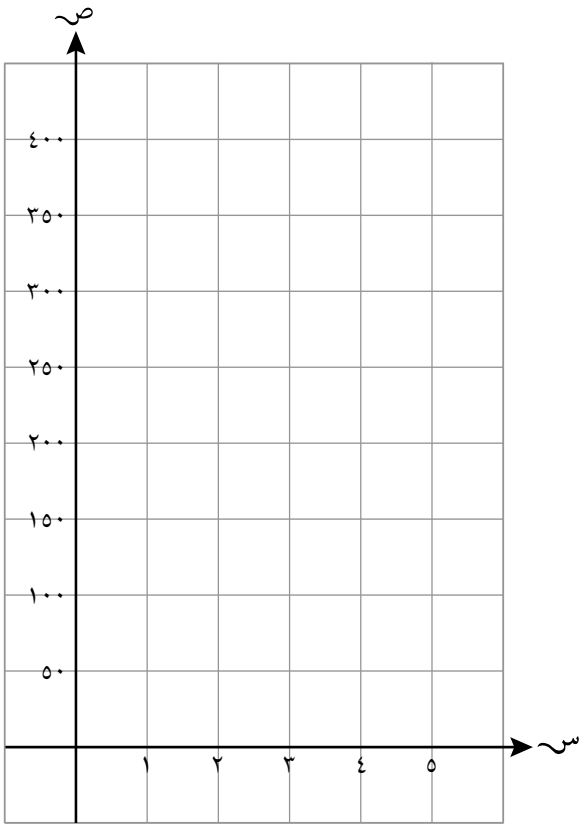
١) في عام ٢٠١٥م، كان عدد سكّان سلطنة عُمان ٤٢٦٧٠٠٠ نسمة تقريبًا. كم سيكون عددهم في عام ٢٠٢٥م إذا افترضنا أن نسبة النموّ تساوي ٤٪؟

٢) تتحدَّث التقديرات عن وجود ٥٠٠ نمر سيبيري في روسيا. ارسم تمثيلاً بيانيًّا يُبيِّن عدد النمور السيبيرية خلال الأعوام السبعة القادمة، علمًا بأن عدد هذه النمور يتناقص بنسبة ١٠٪ سنويًّا.



٣) منزل سعره ٢٠٠٠٠٠ ريال عُماني، ومن المُتوقَّع أن يرتفع هذا السعر بنسبة ٣٪ سنويًّا في الأعوام العشرة القادمة. كم سيكون سعره بعد ١٠ سنوات؟

٤) قميص يحتوي على ١٠ ميكروبات، يتضاعف عددها كل دقيقة. ارسم تمثيلاً بيانيًّا يُبيِّن عدد الميكروبات في أوَّل خمس دقائق. متى سيصبح عدد الميكروبات ١٠٠ ميكروب؟



تمارين مُتنوِّعة

١) أ أكمل جدول القيَم التالي لقوى العدد ٤ وقوى العدد $\frac{١}{٤}$:

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
$٤^{س}$							
$\left(\frac{١}{٤}\right)^{س} = (٠,٢٥)^{س}$							

ب ما الرابط بين قيَم صفَّي الجدول؟

---

٢) لديك مُتتاليتان: الحد العام للمُتتالية (أ) هو $ن^{٢}$، والحد العام للمُتتالية (ب) هو $(١,٦)^{ن}$، يُبيِّن الجدول المُجاور الحدود الأولى في كلّ من المُتتاليتَين:

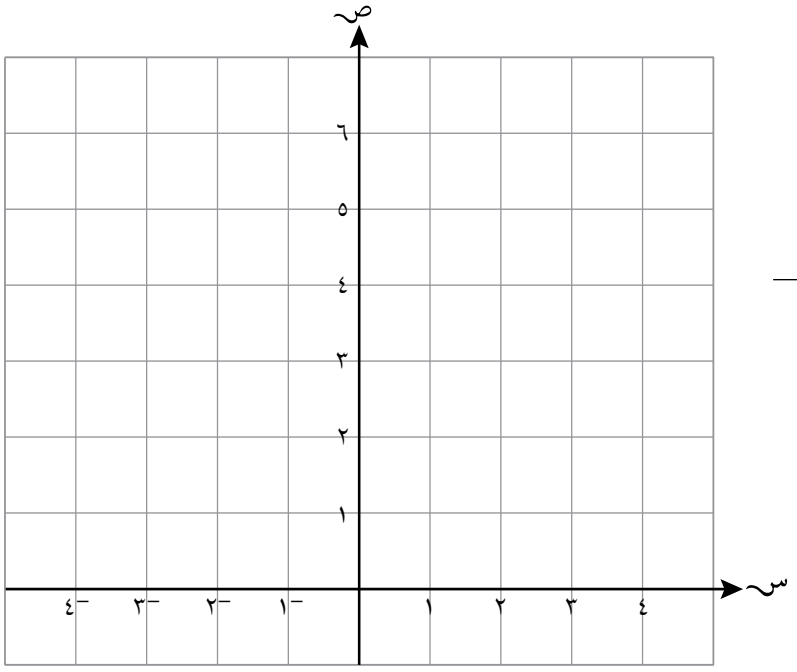
ن	$ن^{٢}$	$(١,٦)^{ن}$
١	١	١,٦
٢	٤	٢,٥٦
٣		
٤		
٥		

في البداية، تلاحظ أن $ن^{٢}$ أكبر من $(١,٦)^{ن}$. عند أي قيمة صحيحة ستصبح $(١,٦)^{ن}$ أكبر من قيم $ن^{٢}$ لأوّل مرّة؟

---

٣) أ ارسم على المستوى الإحداثي المجاور التمثيلَين البيانيَّين للدالتَين ص = $(١,٥)^{س}$، ص = $(١,٥)^{-س}$ في الفترة $-٤ \leqslant س \leqslant ٤$

ب ما الرابط بين التمثيلَين البيانيَّين؟



٤) تتحدَّث التقديرات عن وجود حوالي ٢٠٠٠ دب باندا على الكرة الأرضية:

أ إذا تزايد عدد دببة الباندا بنسبة ٥٪ كل سنة، فكم سيكون عددها بعد خمس سنوات؟

ب إذا تناقص عدد دببة الباندا بنسبة ٥٪ كل سنة، فكم سيكون عددها بعد خمس سنوات؟

٥) سيارة سعرها الحالي ١٠٠٠٠ ريال عُماني ومن المتوقَّع أن يتناقص سعرها بنسبة ١٠٪ سنويًّا في السنوات الأربع القادمة. كم سيكون سعرها بعد أربع سنوات من الآن؟

الوحدة السادسة عشرة: المساحة والحجم

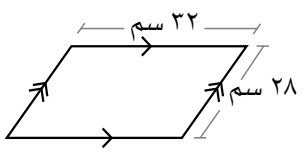
١٦-١ مُحيط ومساحة الأشكال ثُنائية الأبعاد

- مُحيط الشكل الهندسي هو المسافة الكلّية حوله. يمكنك إيجاد مُحيط أي مضلّع من خلال إيجاد مجموع أطوال أضلاعه.
- المساحة هي الحيّز الموجود داخل الشكل. استخدم الصيَغ التالية لتجد مساحة الأشكال الهندسية المختلفة:
  - المُثلَّث: م = $\frac{\text{ق} \times \text{ع}}{٢}$
  - المُربَّع: م = ض^{٢}
  - المُستطيل: م = ط × ع
  - مُتوازي الأضلاع: م = ق × ع
  - المُعيَّن: م = ق × ع المتوازيين
  - الطائرة الورقية (الدالتون): م = $\frac{١}{٢}$ (ناتج ضرب القُطرَين)
  - شبه المُنحرِف: م = $\frac{\text{(مجموع طولَي الضلعَين المتوازيَين)} \times \text{ع}}{٢}$
- يمكنك إيجاد مساحة الأشكال المُركَّبة بخطوات قليلة، وهي أن تقسّم الشكل المُركَّب إلى أشكال معروفة، ومن ثم توجِد مساحة كل شكل، ثم تجمع مساحات الأشكال لإيجاد المساحة الكلّية.

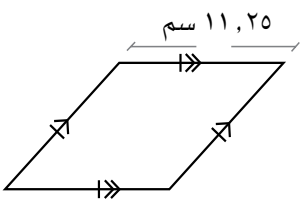
تمارين ١٦-١

١ أوجد مُحيط كل شكل من الأشكال التالية:

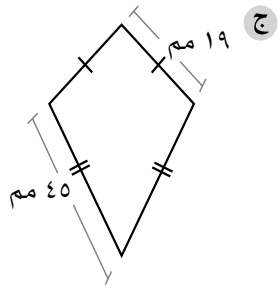
أ



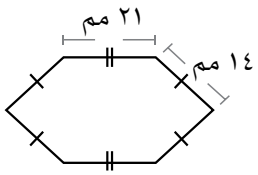
ب



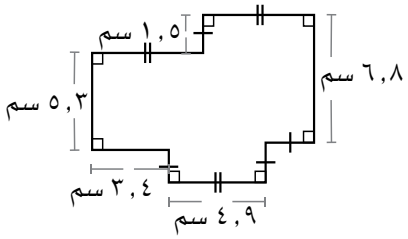
ج



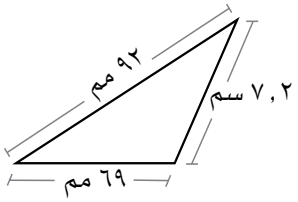
د



هـ



و



٢) ملعب مُربَّع الشكل محيطه ٣٦٠ م. ما طول ضلعه؟

قد يُساعدك الرسم التقريبي على تحديد المطلوب، وكيفية إيجاده.

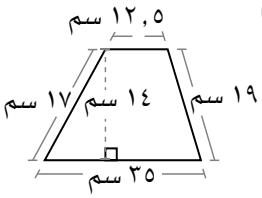
٣) مزرعة مستطيلة الشكل طولها ٤٥ م وعرضها ٣٧ م. أوجد تكلفة وضع سياج للمزرعة إذا كانت تكلفة المتر الواحد من السياج ١٥,٥٠٠ ريالاً عُمانيًّا.

٤) مُثلَّث مُتطابِق الضلعَين مُحيطه ٢٨ سم. أوجد طول كل من الضلعَين المُتطابِقَين إذا كان طول الضلع الثالث ١٠٠ مم.

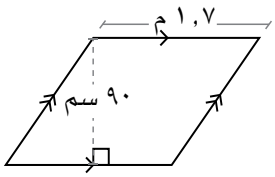
٥) أوجد مساحة كل شكل من الأشكال التالية:

تذكَّر أن تكتب الإجابة بالوحدات المُربَّعة.

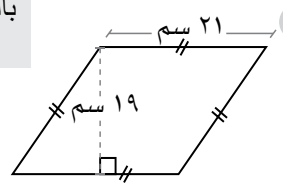
أ)



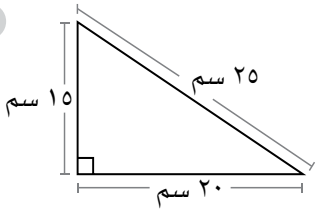
ب)



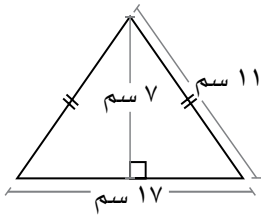
ج)



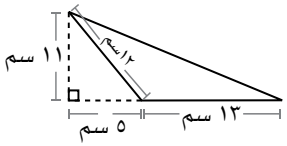
د)



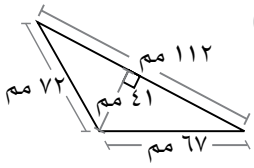
هـ)



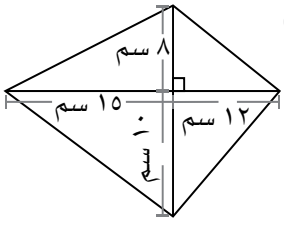
و)



ز)



ح)

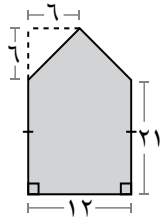


٦) أوجد مساحة الجزء المظلّل في كل شكل من الأشكال التالية موضِّحًا خطوات الحل، واكتب إجاباتك مُقرَّبة إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين عند الضرورة، علمًا بأن كل القياسات مُعطاة بالسنتيمتر:

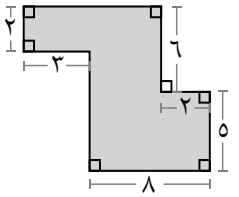
مُساعَدة

أوجد قيمة الأبعاد المجهولة على الأشكال باستخدام الأبعاد المُعطاة وخصائص الأشكال.

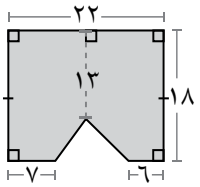
أ



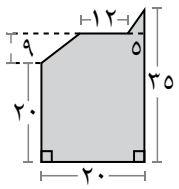
ب



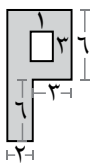
ج



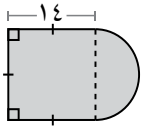
د



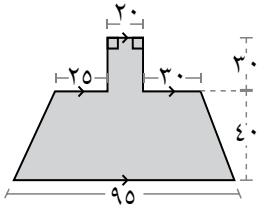
هـ



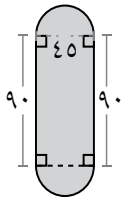
و



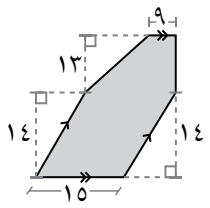
ز



ح



ط



٧) سجّادة مُستطيلة الشكل بُعداها ١,٥ م، ٢,٤ م، وُضعت في غرفة مُستطيلة الشكل بُعداها ٣,٥ م، ٤,٢ م. أوجد المساحة التي لم تُغطِّها السجّادة من الغُرفة.

٨) مُعيَّن طول ضلعه ٨ سم ومساحته ٥٦٠٠ مم^{٢}. أوجد ارتفاعه.

١٦-٢ مُحيط الدائرة ومساحتها

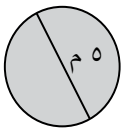
- مُحيط الدائرة هو ح = π × ق أو ح = π٢ × نق
- مساحة الدائرة هي م = π × نق^{٢}

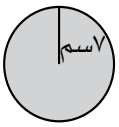
تمارين ١٦-٢-(أ، ب)

١) أوجد محيط المساحة المظلَّلة في كل شكل من الأشكال التالية. اكتب الناتج مقرّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين:

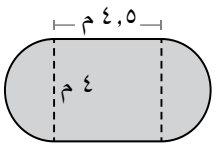
مُساعَدة

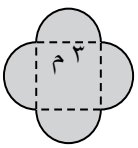
- في نصف الدائرة، يحتوي المُحيط على نصف مُحيط الدائرة إضافة إلى طول القطر.
- إذا لم تُعطَ قيمة π، استخدم مفتاح π الموجود على آلتك الحاسبة، وقرّب إجاباتك إلى أقرب عدد مُكوَّن من ثلاثة أرقام معنوية، إلّا إذا كان المطلوب إيجاد إجابة دقيقة، ففي هذه الحالة، أعطِ إجابتك بدلالة π.

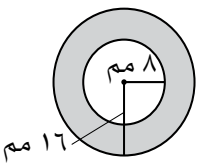
أ) 

ب) 

ج) 

د) 

هـ) 

و) 

ز) 

٢) ما طول الخيط الذي تحتاج إليه لصنع حلقة دائرية قطرها ٢٨ سم؟

مُساعَدة
قبل البدء بإجراء العمليات الحسابية، تأكَّد من أن كل القياسات مُعطاة بنفس وحدة القياس.

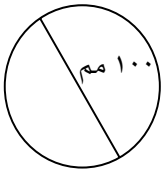
٣) عجلة درّاجة نصف قطرها ٣١,٥ سم:

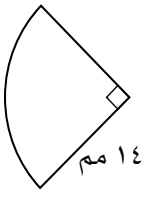
أ ما المُحيط الدقيق لعجلة الدرّاجة؟

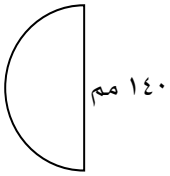
ب إذا كان سُمك المطّاط الموجود على عجلة الدرّاجة يساوي ٣,٥ سم، أوجد المُحيط الدقيق للعجلة عندما يوضع المطّاط عليها.

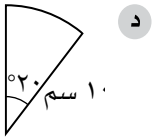
تمارين ١٦-٢-ج

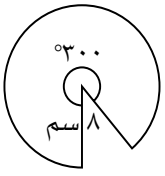
١) أوجد مساحة كل شكل من الأشكال التالية، واكتب الناتج بدلالة π:

أ


ب


ج


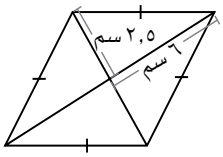
د


هـ


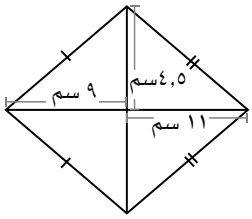
٢) أوجد مساحة كل شكل من الأشكال التالية، مُقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين. (في الجُزئية **و** اكتب الناتج بدلالة π).

مُساعَدة
قسّم الأشكال غير المعروفة إلى أشكال هندسية معروفة واجمع المساحات للحصول على المساحة الكلّية.

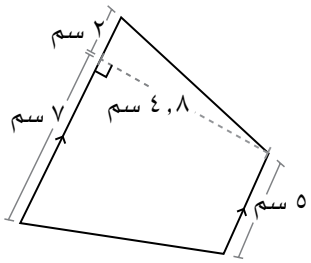
أ



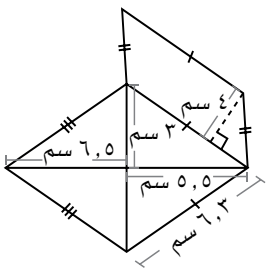
ب



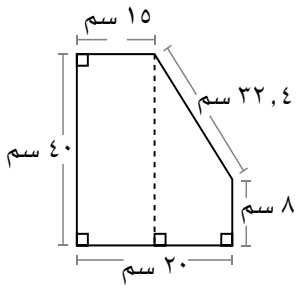
ج



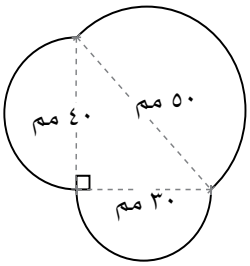
د



هـ



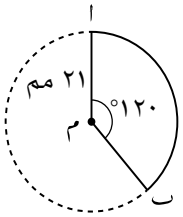
و



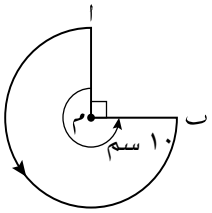
تمارين ١٦-٢-د

١) أوجد الطول الدقيق للقوس ا ب المحصور بالزاوية المُعطاة، في كل دائرة من الدوائر التالية:

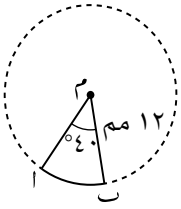
أ



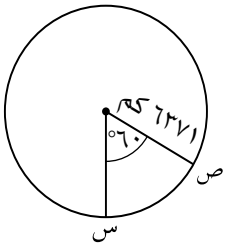
ب



ج

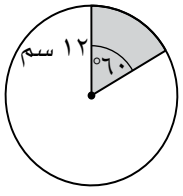


٢) يُبيِّن المُخطَّط المُجاوِر المقطع العرضي للأرض، إذا كانت المدينتان س ، ص تقعان على نفس خط الطول، أوجِد المسافة بين المدينتَين س ، ص علمًا بأن نصف قطر الأرض ٦٣٧١ كم. اكتب الناتج مقرّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين.

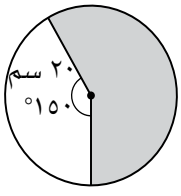


٣) أوجد مساحة المنطقة المُظلَّلة في كل دائرة، واكتب الناتج بدلالة π:

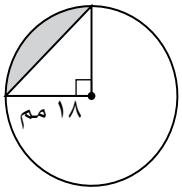
أ



ب



ج



٤) قرص بيتزا قطره ٢٥ سم، قُطّع إلى ٨ شرائح مُتساوية، أوجد مساحة كل شريحة مُقرَّبة إلى أقرب عدد مُكوَّن من ٣ أرقام معنوية.

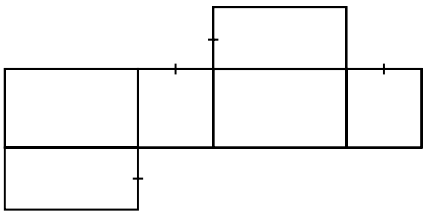
٣-١٦ مساحة الأشكال ثُلاثية الأبعاد وحجمها

- المُجسَّمات هي أشكال ثُلاثية الأبعاد. أبعاد المُجسَّم الثلاثة هي الطول والعرض والارتفاع.
- شبكة المُجسَّم هي مُخطَّط ثُنائي الأبعاد. وهي تعرض شكل كل وجوه المُجسَّم، وكيفية ارتباطها ببعضها البعض، بحيث أنَّك إذا طويت شبكة المُجسَّم تحصل على نموذج له.
- المساحة السطحية للمُجسَّم هي المساحة الكلّية لكل وجوهه.
- حجم المُجسَّم ثُلاثي الأبعاد هو مقدار الحيّز الذي يشغله.
- يمكنك إيجاد حجم المُكعَّب ومُتوازي المُستطيلات باستخدام الصيغة ح = ط × ع × أ، حيث يُمثِّل (ط) الطول و (ع) العرض و (أ) الارتفاع.
- المنشور مجسّم له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان، ويكون مقطعه العرضي هو نفسه على كامل طوله (المقطع العرضي هو السطح المُتكوّن عندما تقطع المُجسَّم بمُستوى مُوازٍ لوجه المُجسَّم). إذا قطعت المنشور في أي مكان بشكل مُوازٍ لوجهَيه عند نهايتَيه، ستحصل على مقطع عرضي له نفس شكل وقياس الوجهَين. يعتبر المُكعَّب ومتوازي المستطيلات والأسطوانة أمثلة على المنشور.
- يمكنك إيجاد حجم أي منشور (بما في ذلك الأسطوانة) من خلال ضرب مساحة المقطع العرضي بالمسافة بين الوجهَين المُتوازيَين. يتمّ التعبير عن ذلك بالصيغة ح = م × أ، حيث يُمثِّل (م) مساحة القاعدة و (أ) ارتفاع المنشور. عليك استخدام الصيغة المُناسبة لشكل المقطع العرضي.
- أوجد حجم المخروط باستخدام الصيغة ح = $\frac{١}{٣}$ × π × نق^{٢} × ع، حيث يُمثِّل (ع) الارتفاع العمودي. لتجد المساحة السطحية المُنحنية، استخدم الصيغة: المساحة السطحية = π × نق × ل، حيث يُمثِّل (ل) الارتفاع المائل للمخروط.
- أوجد حجم الهرم باستخدام الصيغة ح = $\frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{ع}}{٣}$، حيث يُمثِّل (ع) الارتفاع العمودي.
- أوجد حجم الكُرة باستخدام الصيغة ح = $\frac{٤}{٣}$ × π × نق^{٣}. لتجد المساحة السطحية للكُرة، استخدم الصيغة: المساحة السطحية = ٤ × π × نق^{٢}

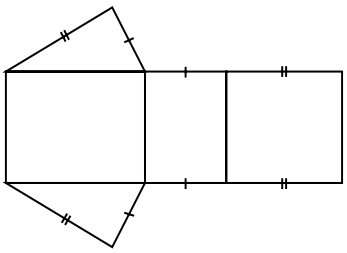
تمارين ١٦-٣-أ

١) اكتب اسم المُجسَّم الذي يمكن أن ينتج باستخدام كل شبكة من الشبكات التالية:

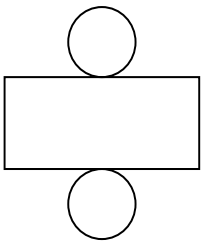
أ



ب

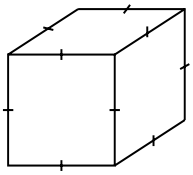


ج

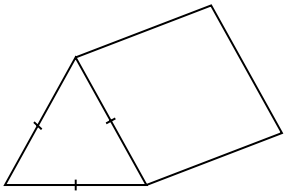


٢) ارسم الشبكة المكوّنة لكل مُجسَّم من المُجسَّمات التالية:

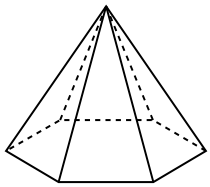
أ



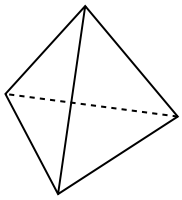
ب



ج



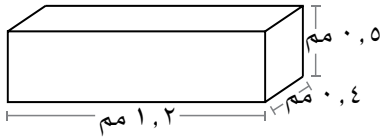
د



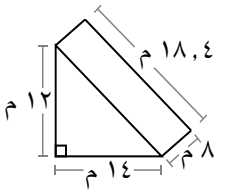
تمارين ١٦-٣-ب

١) احسب المساحة السطحية لكل شكل من الأشكال التالية، واكتب ناتج الجُزئية د بدلالة π.

أ



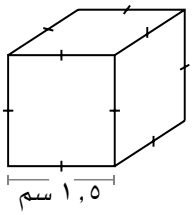
ب



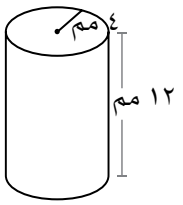
مُساعَدة

قد يساعدك رسم شبكات المُجسَّمات على إيجاد المساحة السطحية لكل مُجسَّم.

ج



د



٢) مُكعَّب خشبي له ستة أوجه مُتطابِقة مساحة كل منها ٦٤ سم^{٢}:

أ ما المساحة السطحية للمُكعَّب؟

ب ما ارتفاع المُكعّب؟

٣) طلبت المُعلِّمة من طالباتها صنع مُجسَّمات خشبية، على شكل مُتوازي مُستطيلات أبعاده ١٠ سم في ٨ سم في ٥ سم:

تذكَّر
١ م^{٢} = ١٠٠٠٠ سم^{٢}

أ أوجد المساحة السطحية للمجسّم.

ب تحتاج المُعلِّمة إلى ٤٥٠ مُجسَّمًا منها، ما المساحة السطحية الكلّية لكل المُجسَّمات؟

ج قرَّرت المُعلِّمة طلاء كل المُجسَّمات، فإذا كانت علبة الطلاء الواحدة تُغطّي مساحة ٤ م^{٢}، فكم علبة طلاء تحتاج من أجل طلاء كل المُجسَّمات؟

٤) أوجد حجم كل منشور في كل مما يلي، مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين:

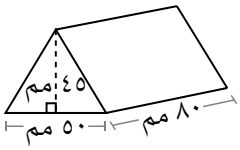
مُساعَدة

ارتفاع المنشور هو المسافة بين الوجهَين المُتوازيَين.

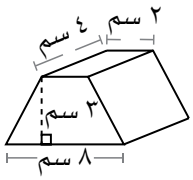
عند قلب المنشور على أحد وجهَيه، يظهر الطول وكأنَّه ارتفاع.

أوجد مساحة المقطع العرضي (وجهَي النهايتَين) قبل تطبيق صيغة الحجم.

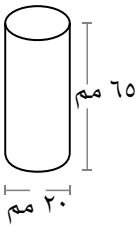
أ



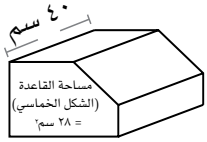
ب



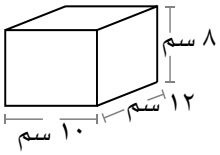
ج



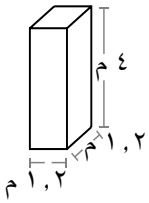
د



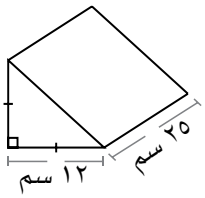
هـ



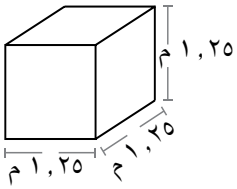
و



ز



ح



٥) كتاب طوله ١٤ سم وعرضه ٩,٥ سم وسماكته ٢,٥ سم. أوجد حجم الحيّز الذي يشغله.

٦) أ أوجد حجم قاعة مُحاضرات طولها ٨ م وعرضها ٨ م وارتفاعها ٣,٥ م.

ب تنصّ قوانين السلامة العامَّة على وجوب حصول كلّ شخص خلال مُحاضرة مُدَّتها ساعة واحدة على ٥ م^3 من الهواء. أوجد أكبر عدد ممكن من الأشخاص الذين يمكنهم حُضور محاضرة مُدَّتها ساعة واحدة في هذه القاعة.

٧) خزّان أسطواني الشكل ارتفاعه ٣٠ م ونصف قطره من الداخل ١٥٠ سم. أوجد كمّيَّة الماء التي يستوعبها عندما يمتلئ. اكتب الناتج بدلالة π.

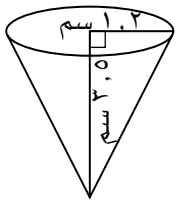
٨) يحتوي مخزن على أربعة مناشير مُستطيلة حجم كل منها ٦٤٠٠٠ مم^{٣}. أكمل الجدول التالي بالأبعاد الممكنة لكل منشور.

الحجم (مم^{٣})	٦٤٠٠٠	٦٤٠٠٠	٦٤٠٠٠	٦٤٠٠٠
الطول (مم)	٨٠	٥٠		
العرض (مم)	٤٠		٨٠	
الارتفاع (مم)				١٦

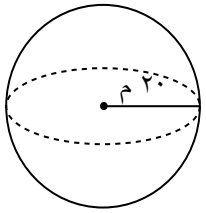
تمارين ١٦-٣-ج

١) أوجد حجم كل مُجسَّم من المُجسَّمات التالية. اكتب الناتج مُقرَّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين.

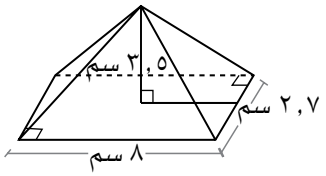
أ)



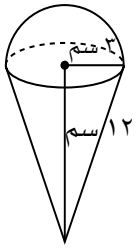
ب)



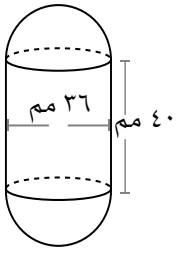
ج)



د)



هـ)



٢) في هذا التمرين، أعطِ الإجابات بالصيغة القياسية مُقرَّبة إلى عدد مُكوَّن من ٣ أرقام معنوية:

أ افترض أنَّ الأرض كُروية الشكل، ويبلغ متوسِّط نصف قطرها ٦٣٧١ كم، أوجد:

(١) حجم الأرض.

(٢) المساحة السطحية للأرض.

ب إذا كان ٧١٪ من المساحة السطحية للأرض مُغطًّى بالمياه، أوجد مساحة اليابسة على الأرض.

تمارين مُتنوِّعة

١) صحن دائري الشكل قطره ٢١ سم، وُضع شريط معدني حول إطاره الخارجي.

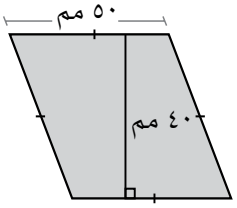
أ أوجد المساحة السطحية لسطح الصحن بدلالة π.

ب أوجد طول الشريط المعدني بدلالة π.

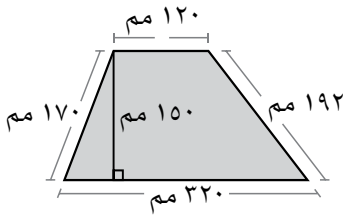
٢) أوجد نصف قطر دائرة مساحتها ٦٥ سم^{٢}. اكتب الإجابة الدقيقة.

٣) أوجد المساحة المُظلَّلة لكل شكل من الأشكال التالية. اكتب الناتج مقرّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين عند الضرورة.

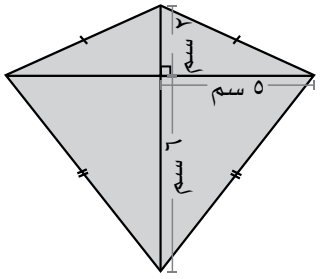
أ



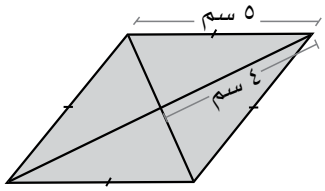
ب



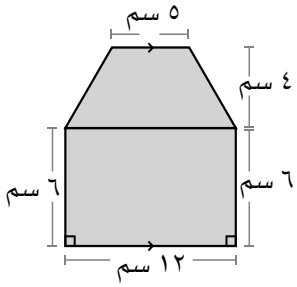
ج



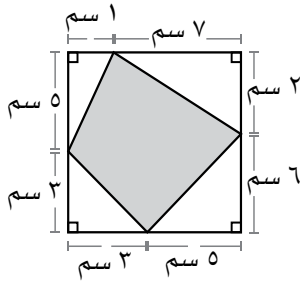
د



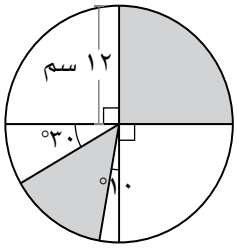
هـ



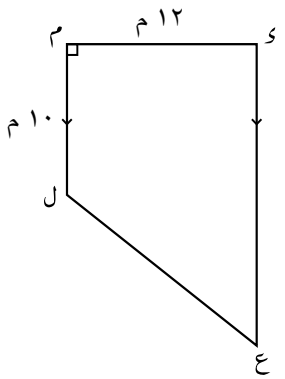
و



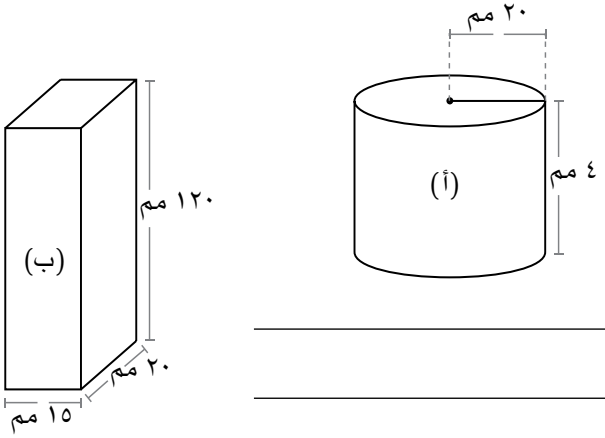
ز



٤) ع ل م ء شبه مُنحرِف مساحته ١٥٠ سم^{٢}. أوجد طول ء ع.



٥) من المعطيات في الشكل المجاور، اكتب إجابتك عن كلّ ممّا يلي مُقرَّبة إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين عند الضرورة.



أ) أي منشور حجمه أصغر؟

ب) ما الفرق بين الحجمَين؟

ج) أوجد المساحة السطحية لكل منشور.

٦) كم مُكعَّبًا طول ضلعه ٤,٤٨ سم يمكن أن تضع في صندوق خشبي أبعاده ٣٢ سم في ١٦ سم في ٩ سم؟

٧) أوجد الفرق بين حجم هرم مُربَّع القاعدة ارتفاعه ١٠ سم وعرض قاعدته ٣ سم ومخروط عرض قاعدته ٣ سم. قرِّب الناتج إلى أقرب عدد مُكوَّن من ٣ أرقام معنوية.

٨) أُدخلت كُرات تنس قُطر كل منها ٩ سم في أنابيب معدنية أسطوانية الشكل مُغلَقة من الاتِّجاهَين، يبلغ القطر الداخلي للأنبوب المعدني ٩,٢ سم وطوله ٢٨ سم. أوجد حجم الفراغ الباقي في الأنبوب، إذا تمّ وضع ثلاث كُرات تنس فيه. اكتب الناتج مقرّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريَّتَين.

الوحدة السابعة عشرة: النقود

١-١٧ سعر الصرف

- عند تحويل النقود من عملة بلد إلى عملة بلد آخر، يُستخدَم سعر صرف مُعطًى. تُسمّى عملية التحويل هذه بشراء العُملات الأجنبية.
- يمكن التعامُل مع أسعار الصرف باستخدام تمثيلات بيانية تُبيِّن التحويلات أو، على الأغلب، إجراء عمليات حسابية تُستخدَم لهذا الغرض.
- يُماثِل إجراء العمليات الحسابية على النقود إجراءها على الأعداد العشرية، مع ذكر رمز النقود في الإجابات، وإمكانية تقريب النواتج إلى منزلتَين عشريَّتَين أو ثلاث منازل عشرية.

تمارين ١٧-١

١) استخدم جدول سعر الصرف المُعطى أدناه للإجابة عن الأسئلة التالية:

مُساعَدة
يتغيَّر سعر الصرف من وقت إلى آخر. يجب قراءة الجداول بتأنٍّ واستخدام أسعار الصرف المُعطاة.

أسعار صرف العُملات

العملة	دولار أميركي ($)	يورو (€)	ينّ ياباني (¥)	جنيه إسترليني (£)	ريال عُماني	دينار كويتي	ريال سعودي	ريال قطَري
١ دولار أميركي ($)	١,٠٠	٠,٨٤	١٠٣,٥٣	٠,٧٦	٠,٣٨	٠,٣١	٣,٧٥	٣,٦٤
١ يورو (€)	١,١٩	١,٠٠	١٢٣,١٠	٠,٩٠	٠,٤٦	٠,٣٦	٤,٤٦	٤,٣٣
١ ريال عُماني	٢,٦٣	٢,١٧	٢٦٨,٤٩	١,٩٧	١,٠٠	٠,٧٩	٩,٧٥	٩,٤٧

أ ما سعر الصرف:

(١) من الدولار الأميركي إلى الينّالياباني؟ _____

(٢) من الجنيه الإسترليني إلى الريال العُماني؟ _____

(٣) من الريال العُماني إلى الدينار الكويتي؟ _____

(٤) من الريال القطَري إلى اليورو؟ _____

(٥) من الريال السعودي إلى الريال العُماني؟ _____

(٦) من الريال السعودي إلى الدولار الأميركي؟ _____

ب أوجد قيمة كلّ من المبالغ التالية بالريال العُماني:

(١) ٥٠ دولارًا أميركيًّا ($) (٢) ٦٠٠ يورو (€) (٣) ٩٥ جنيهًا إسترلينيًّا (£)

_____ _____ _____

_____ _____ _____

_____ _____ _____

ج أوجد قيمة كل من المبالغ التالية بالريال العُماني:

(١) ١٢٠ دولارًا أميركيًّا ($) (٢) ٥٠٠ يورو (€) (٣) ١٢٠٠ ريال قطري

_____ _____ _____

_____ _____ _____

_____ _____ _____

٢-١٧ المكسب

- يمكن للمُوظَّف الثابت أن يكسب أجرًا أو راتبًا أو عمولة.
  - الراتب مبلغ يُدفَع مُقابِل تنفيذ عدد مُحدَّد من ساعات العمل السنوي أو الشهري، ويُدفَع عادة كلّ شهر.
  - الأجر مبلغ يُدفَع مُقابِل تنفيذ عدد مُحدَّد من ساعات العمل الأسبوعي أو اليومي، ويتمّ دفعه عادة كلّ أسبوع.
  - العمولة مبلغ يدفع كنسبة مئويَّة من المبيعات.
- يمكن دفع مبالغ إضافية للموظَّفين تحت عنوان عمل إضافي أو مُكافأة.

تمارين ٢-١٧

١) تعمل سميّة ٣٨ ساعة في الأسبوع، وتتقاضى ٣٣١,٨٨ ريالاً عُمانيًّا أسبوعيًّا. ما مُعدَّل أجرها في الساعة؟

يمكن للعمال العاديين أن يتقاضَوا أجورًا مُقابِل ساعات العمل التي يُنفِّذونها.

٢) ما الراتب السنوي لمُوظَّف راتبه الشهري ٧٤٠ ريالاً عُمانيًّا؟

٣) يعمل أحد التقنيين ٣٥ ساعة في الأسبوع، ويكسب ٨,٥ ريالات عُمانية في الساعة. ويكسب ١,٥ أمثال مُعدَّل سعر ساعة العمل مُقابِل كل ساعة إضافية يعملها بعد ساعات العمل الـ ٣٥ المطلوبة منه. كم سيكسب أسبوعيًّا إذا نفَّذ في الأسبوع الواحد:

(١) ٣٦ساعة عمل؟

(٢) ٤٠ ساعة عمل؟

(٣) ٣٠ساعة عمل؟

(٤) $٤٢\frac{١}{٢}$ ساعة عمل؟

١٧-٣ اقتراض النقود واستثمارها

- عندما تستقرض أموالاً، قد تدفع كمّية من الأموال مُقابِل ذلك، تُسمّى الفائدة.
- عندما تستثمر أو تودع أموالاً، قد تكسب كمّية من الأموال مُقابِل ذلك، تُسمّى الفائدة أيضًا.
- إذا كانت كمّية الفائدة التي تكسبها (أو تدفعها) ثابتة في كل سنة، تُسمّى بالفائدة البسيطة.
- عندما تتمّ إضافة الفائدة السنوية التي تكسبها على الاستثمار (الإيداع)، ويتمّ حساب الفائدة السنوية الجديدة على الاستثمار (الإيداع) مُضافًا إليه فائدة السنة السابقة، تُسمّى هذه الفائدة بالفائدة المُركَّبة.
- يُسمّى المبلغ الأصلي، أو المبلغ المُستثمَر، برأس المال.
- في الفائدة البسيطة، الفائدة السنوية = مُعدَّل الفائدة × رأس المال.
- الصيغة المُستخدَمة لإيجاد الفائدة البسيطة هي: ف = $\frac{\text{ر م ن}}{١٠٠}$، حيث يُمثِّل ر رأس المال، م مُعدَّل الفائدة، ن الزمن (بالسنوات).
- بخصوص الفائدة المُركَّبة، تساعدك معرفة استخدام مُعامِل الضرب على إجراء العمليات الحسابية بطريقة أسرع.
  - مثلاً، إذا كانت نسبة مُعدَّل الفائدة ٥٪، فإن مُعامِل الضرب سيكون $\frac{١٠٥}{١٠٠}$ = ١,٠٥
  - اضرب رأس المال بإحدى قوى مُعامِل الضرب. يدلُّك عدد سنوات الاستثمار على القوى. هذا يعني أنّك إذا استثمرت مبلغًا من المال لمُدَّة ثلاث سنوات بمُعدَّل فائدة سنوية نسبتها ٥٪، فسوف تضرب في العدد $(١,٠٥)^{٣}$، وسيعطيك الناتج المبلغ النهائي.
- تحتاج أيضًا إلى معرفة صيغة إيجاد جـ، قيمة استثمار ما بنظام الفائدة المُركَّبة:
  - جـ ن = ر $\left(١ + \frac{\text{م}}{١٠٠}\right)^{\text{ن}}$، حيث يُمثِّل ر مبلغ الاستثمار، م النسبة المئوية لمُعدَّل الفائدة، ن الزمن بالسنوات.
- يُعدّ الشراء بالتقسيط طريقة لشراء السلع وتسديد السعر على فترات زمنية دورية. يُدفَع عادة جزء من السعر مُقدَّمًا ويُقسَّط الباقي على دفعات أسبوعية أو شهرية.

تمارين ١٧-٣-أ

١) أوجد الفائدة البسيطة في كل حالة من الحالات التالية:

أ استثمار مبلغ ٢٥٠ ريالاً عُمانيًّا لمُدَّة سنة واحدة بمُعدَّل فائدة بسيطة نسبتها ٣٪ سنويًّا.

ب استثمار مبلغ ٤٠٠ ريال عُمانيّ لمُدَّة ٥ سنوات بمُعدَّل فائدة بسيطة نسبتها ٨٪ سنويًّا.

ج استثمار مبلغ ٧٠٠ ريال عُمانيّ لمدة سنتَين بمُعدَّل فائدة بسيطة نسبتها ١٥٪ سنويًّا.

د استثمار مبلغ ٨٠٠ ريال عُمانيّ لمدة ثماني سنوات بمُعدَّل فائدة بسيطة نسبتها ٧٪ سنويًّا.

هـ استثمار مبلغ ٥٠٠٠ ريال عُمانيّ لمُدَّة ١٥ شهرًا بمُعدَّل فائدة بسيطة نسبتها ٥,٥٪ سنويًّا.

مُساعَدة

يمكنك إعادة كتابة صيغة الفائدة البسيطة بدلالة أي مُتغيِّر:

$$ف = \frac{ر\ م\ ن}{١٠٠}$$

$$ر = \frac{١٠٠ف}{م\ ن}$$

$$م = \frac{١٠٠ف}{ر\ ن}$$

$$ن = \frac{١٠٠ف}{ر\ م}$$

٢) تمّ استثمار مبلغ ٧٥٠٠ ريال عُماني بمُعدَّل فائدة بسيطة نسبتها ٣,٥٪. ما المُدَّة الزمنية التي يجب أن يُستَثمر فيها المبلغ ليصبح ٨٨١٢,٥٠٠ ريالاً عُمانيًّا؟

٣) حصل سعيد على فائدة مقدارها ٢٢٤ ريالاً عُمانيًّا عند استثماره مبلغ ١٦٠٠ ريال عُماني بفائدة بسيطة. ما مُعدَّل الفائدة السنوي؟

تمارين ١٧-٣-ب

١) سيّارة سعرها نقدًا ٢٠٠٠٠ ريال عُماني. عند شرائها بالتقسيط يدفع ٦٠٠٠ ريال عُماني كدفعة أولى وأقساطًا شهرية مقدار كل قسط منها ٧٠٠ ريال عُماني لمدة سنتَين. بكم يزيد سعر التقسيط على السعر نقدًا؟

٢) يستطيع ليث شراء سيّارة سعرها ٧٩٩٩ ريالاً عُمانيًّا إذا دفع المبلغ دفعة واحدة، أو شراءها بالتقسيط بدفعة أولى مقدارها ٢٠٠٠ ريال عُماني و٣٦ قسطًا شهريًّا قيمة كل منها ٢٣٠ ريالاً عُمانيًّا. ما القيمة الإضافية التي سيدفعها ليث عند شرائه السيّارة بالتقسيط؟

تمارين ١٧-٣-ج

١) أوجد الفائدة المُركَّبة في كل حالة من الحالات التالية:

استخدام مُعامِل الضرب في الفائدة المُركَّبة يعطي القيمة الجديدة. اطرح رأس المال لإيجاد الفائدة الحقيقيّة.

أ استثمار مبلغ ٢٥٠ ريالاً عُمانيًّا لمُدَّة سنة واحدة بمُعدَّل فائدة مُركَّبة نسبتها ٣٪ سنويًّا.

ب استثمار مبلغ ٤٠٠ ريال عُمانيّ لمُدَّة ٥ سنوات بمُعدَّل فائدة مُركَّبة نسبتها ٨٪ سنويًّا.

ج استثمار مبلغ ٧٠٠ ريال عُمانيّ لمُدّة سنتَين بمُعدَّل فائدة مُركَّبة نسبتها ١٥٪ سنويًّا.

د اقتراض مبلغ ٨٠٠ ريال عُمانيّ لمُدَّة ثماني سنوات بمُعدَّل فائدة مُركَّبة نسبتها ٧٪ سنويًّا.

هـ اقتراض مبلغ ٥٠٠٠ ريال عُمانيّ لمُدَّة ١٥ شهرًا بمُعدَّل فائدة مُركَّبة نسبتها ٥,٥٪ سنويًّا.

٢) ما المبلغ الذي ستجده في البنك عند استثمارك مبلغ ٥٠٠ ريال عُماني لمُدَّة أربع سنوات بمُعدَّل فائدة مُركَّبة نسبتها ٣٪ في السنة؟

٣) يملك عادل شركة صغيرة. اقترض مبلغ ١٨٠٠٠ ريال عُماني من البنك لشراء بعض المُعدّات الجديدة. سوف يُسدِّد القرض كاملاً بعد سنتَين. إذا اقترض عادل المبلغ بمُعدَّل فائدة مُركَّبة نسبتها ٢١٪ في السنة، فكم سيدفع بعد مرور سنتَين؟

١٧-٤ البيع والشراء

- سعر التكلفة هو السعر الذي يدفعه التاجر سعرًا لسلعة ما. وسعر البيع هو السعر الذي تُباع فيه السلعة للزبائن. الربح هو الكمّية التي يزيدها التاجر على سعر التكلفة ليحصل على سعر البيع. مثلاً: اشترى تاجر سلعة ما بسعر ٣ ريالات عُمانية ويريد أن يربح ٥٠٠ بيسة عند بيعها. لذلك سوف يبيعها بمبلغ ٣,٥٠٠ ريالات عُمانيَّة.
- يُسمّى الفرق بين سعر التكلفة وسعر البيع بالربح (إذا كان سعر البيع أعلى من سعر التكلفة) وبالخسارة (إذا كان سعر البيع أقلّ من سعر التكلفة).
  - الربح = سعر البيع – سعر التكلفة
  - الخسارة = سعر التكلفة – سعر البيع
- مُعدَّل الربح (أو الخسارة) هو النسبة المئوية للربح (أو الخسارة).

$$\text{النسبة المئوية للربح (أو الخسارة)} = \frac{\text{الربح (أو الخسارة)}}{\text{سعر التكلفة}} \times ١٠٠٪$$

- الخصم هو حسم يقوم به التاجر على سعر سلعة ما.
- الخصم = سعر البيع الأصلي – السعر الجديد.
- مُعدَّل الخصم هو نسبة مئوية. مُعدَّل الخصم $= \frac{\text{الخصم}}{\text{سعر البيع الأصلي}} \times ١٠٠٪$

تمارين ١٧-٤-أ

١) أوجد سعر التكلفة في كل حالة من الحالات التالية:

أ سعر البيع ١٢٠ ريالاً عُمانيًّا ونسبة الربح ٢٠٪

ب سعر البيع ٢٣٠ ريالاً عُمانيًّا ونسبة الربح ١٥٪

ج سعر البيع ٢٨٩ ريالاً عُمانيًّا ونسبة الخسارة ١٥٪

د سعر البيع ٦٠٠ ريال عُماني ونسبة الخسارة $\frac{1}{3}$٣٣٪

٢) أوجد سعر التكلفة لسلعة بيعت بسعر ٣٦٠ ريالاً عُمانيًّا ونسبة ربح ٢٠٪

تمارين ١٧-٤-ب

١) أوجد سعر التكلفة لسلعة باعها التاجر بسعر ٤٤٠ ريالاً عُمانيًّا وخسر ١٢٪ عند البيع.

تمارين ١٧-٤-ج

١) قدّم طبيب أسنان عرضًا يقضي بخصم نسبة ٥٪ للمرضى الذين يدفعون ما عليهم نقدًا خلال أسبوع. كم سيدفع مريض عليه مبلغ ٦٧,٨٠٠ ريالاً عُمانيًّا، إذا أراد أن يدفع ما عليه نقدًا وخلال ثلاثة أيام؟

٢) أوجد سعر البيع الجديد لكل سلعة من السلع التالية، بعد خضوعها للخصومات المُعطاة:

أ ١٩٩ ريالاً عُمانيًّا بخصم نسبته ١٠٪.

ب ٤٥,٥٠٠ ريالاً عُمانيًّا بخصم نسبته ١٢٪.

ج ١٠٢٠ ريالاً عُمانيًّا بخصم نسبته $٥\frac{١}{٢}$٪.

تمارين مُتنوِّعة

١) تكسب ليلى ١٩,٥٠٠ ريالاً عُمانيًّا في الساعة. كم ساعة يجب أن تعمل لكي تكسب:

أ ٢٣٤ ريالاً عُمانيًّا؟

ب ٧٨٠ ريالاً عُمانيًّا؟

ج ٤٩٧,٢٥٠ ريالاً عُمانيًّا؟

٢) يعمل تقنيّ مُدّة ٣٨ ساعة في الأسبوع بأجر رئيسي قيمته ٩ ريالات عُمانيَّة في الساعة. يتمّ دفع المبلغ المُتعلِّق بساعات العمل الإضافي خلال الأسبوع بحسب نظام الساعة ونصف الساعة، ويتمّ دفع المبلغ المُتعلِّق بساعات العمل الإضافي خلال العُطل بحسب نظام الساعتين. أوجد الأجر الصافي الأسبوعي للتقني، إذا عمل ساعات عمله الأساسية إضافة إلى:

أ ثلاث ساعات إضافية يوم الأربعاء.

ب ساعة إضافية واحدة كل يوم خلال الأسبوع (خمسة أيام).

ج ساعتَين إضافيَّتَين يوم الثلاثاء و $1\frac{1}{2}$ ساعة إضافيَّة يوم الجمعة.

٣) يبلغ راتب ياسر الشهري ١٢٣٤ ريالاً عُمانيًّا:

أ أوجد راتب ياسر السنوي.

ب دفع ياسر في شهر مايو نسبة ١٢٪ من راتبه مساعدة للفقراء و٥٦,٩٠٠ ريالاً عُمانيًّا لأخيه الصغير. كم بقي من راتب ياسر في شهر مايو؟

٤) استثمرت سعاد مبلغ ١٠٠٠٠ ريال عُماني بمُعدَّل فائدة نسبتها ٣٪. يُقارِن الجدول أدناه الفائدة البسيطة والفائدة المُركَّبة التي تحصل عليها سعاد خلال السنوات.

السنة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
فائدة بسيطة	٣٠٠	٦٠٠						
فائدة مُركَّبة	٣٠٠	٦٠٩						

أ أكمل الجدول أعلاه.

ب ما الفرق بين الفائدة البسيطة والفائدة المُركَّبة على المبلغ بعد مرور خمس سنوات؟

ج أنشئ جدول أعمدة بيانيَّة لتُقارِن قيمة الاستثمار بعد مرور سنة واحدة، وبعد مرور خمس سنوات، وبعد مرور عشر سنوات، بحسب نظامَي الفائدة. علِّق على ما تقرأه في الجدول، من حيث الفروقات بين نظامَي الفائدة.

٥) أوجد سعر البيع لسلعة تمّ شراؤها بمبلغ قيمته ٧٥٠ ريالاً عُمانيًّا، وبَيعها بربح نسبته ١٥٪.

٦) أوجد سعر البيع لسلعة تمّ شراؤها بمبلغ قيمته ٣٠٠٠ ريال عُماني، وبَيعها بربح نسبته ١٢٪.

٧) يعرض صاحب معرض ما مجموعة من اللوحات الفنية لأحد الرسّامين، وقد وضع ربحًا نسبته ١٥٠٪ على السعر الذي حدّده الرسام ليُغطّي المصاريف ويجني الأرباح، حيث وضع الرسّام ثلاث لوحات أسعارها مذكورة أدناه. أوجد ربح صاحب المعرض في كل لوحة بالريال العُماني، وسعر البيع الذي يجب أن يضعه.

أ اللوحة (أ): ٨٩٠ ريالاً عُمانيًّا.

ب اللوحة (ب): ١٣٠٠ ريال عُماني.

ج اللوحة (ج): ١٢٠٠٠ ريال عُماني.

٨) أراد أحد الأشخاص المهتمّين بالرسم شراء اللوحتَين (أ) و (ب) المعروضتَين في التمرين ٧، وقبْل أن يدفع قيمتهما طلب من صاحب المعرض أن يُجري له خصمًا نسبته ١٢٪ على سعر البيع.

أ ما السعر الذي سيدفعه؟

ب ما النسبة المئوية للربح الذي سيحصل عليه صاحب المعرض على البيع؟

٩) اشترى حامد درّاجة ناريَّة سعرها ٥٠٠ ريال عُماني. بعد استخدامها لمُدَّة سنتَين، باعها بخسارة نسبتها ١٥٪. أوجد سعر بيع الدرّاجة.

١٠) تبيَّن أن سلعة ما تمّ بيعها بخسارة نسبتها ١٢٪، إذا كان سعر تكلفة السلعة ٢٤٠ ريالاً عُمانيًّا، أوجد سعر بيعها.

١١) تعمل سناء في خياطة الملابس، فإذا خاطت عشرة أثواب بتكلفة ٣٧٧ ريالاً عُمانيًّا، فبكم يجب أن تبيع الأثواب إذا أرادت أن تجني ربحًا نسبته ١٥٪؟

١٢) يُريد بدر شراء درّاجة مُستعمَلة سعرها نقدًا ٤٩٥ ريالاً عُمانيًّا، ولكي يشتريها بالتقسيط، يجب أن يُسدِّد دفعة أولى بنسبة ٢٠٪ من سعر الدرّاجة، و٢٤ دفعة شهرية قيمة كل منها ٢٥ ريالاً عُمانيًّا. كم سيوفِّر بدر إذا دفع سعر الدرّاجة نقدًا؟


تم بحمد الله

رقم الإيداع
٢٠٢١ / ٣٤٤٠

طبع بالمطابع العالمية - سلطنة عُمان - ت : ٢٤٨١٥٧٧١

الرياضيات

كتاب النشاط ٩

يتميّز كتاب النشاط بمحتوى سهل وممتع يمكن استخدامه، إلى جانب كتاب الطالب، ضمن منهج الرياضيات للصفّ التاسع.

يتضمن كتاب النشاط:

- تمارين شاملة وهادفة لتنمية المهارات الرياضية وممارستها، واستخدام التقنيات الرياضية لحلّ المسائل.
- مُلخَّصات للنقاط الرئيسية التي تحتاج إلى معرفتها في بداية كل موضوع للوصول إلى التمارين.
- فقرات مساعدة تُزوّدك بالنصائح والدعم في حلّ التمارين.

ترد الإجابات الخاصّة بالتمارين في دليل المَعلّم.

يشمل منهج الرياضيات للصف التاسع من هذه السلسلة أيضًا:

- كتاب الطالب
- دليل المُعلّم

ISBN 978-99969-3-618-0
9 789996 936180 >

www.moe.gov.om