



الرياضيات

كتاب النشاط

١٠



الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٨ هـ - ٢٠٢٦ م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS



وزارة التعليم

الرياضيات

كتاب النشاط

١٠

الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٨هـ - ٢٠٢٦م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢١ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمت مواءمتها من كتاب النشاط – الرياضيات للصف العاشر – من سلسلة كامبريدج للرياضيات IGCSE، كتب الأنشطة الأساسية والموسعة للمؤلفَين كارين مورّيسون ونيك هامشاو.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التعليم ومطبعة جامعة كامبريدج رقم ٤٠ / ٢٠٢٠.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

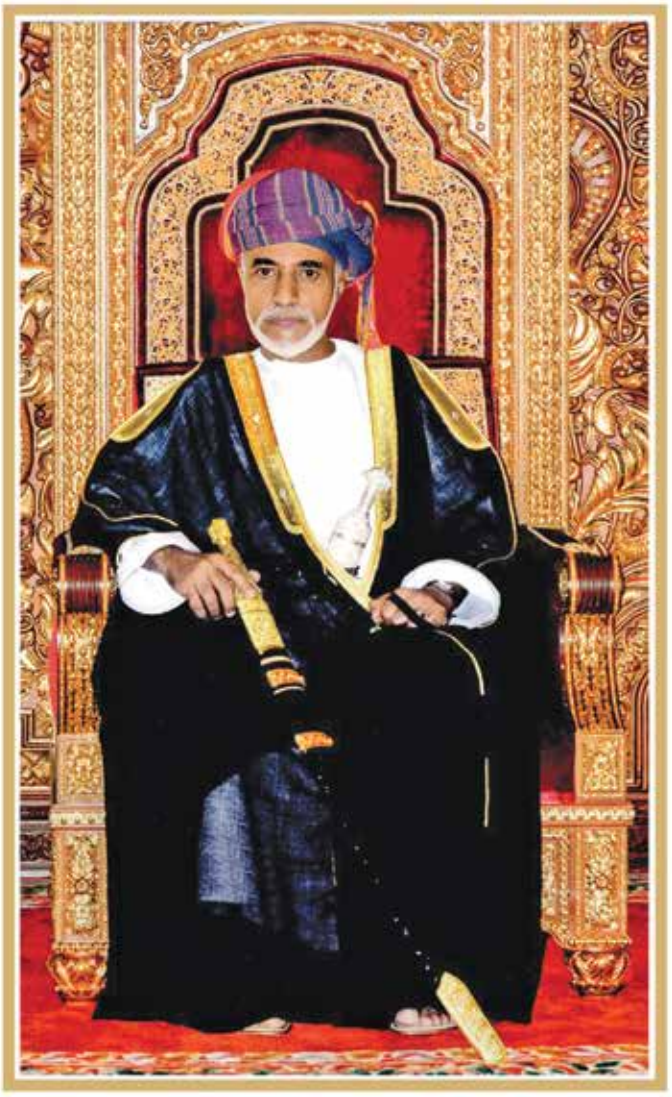
تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ٢٠١٩/٣٠٢ واللجان المنبثقة عنه

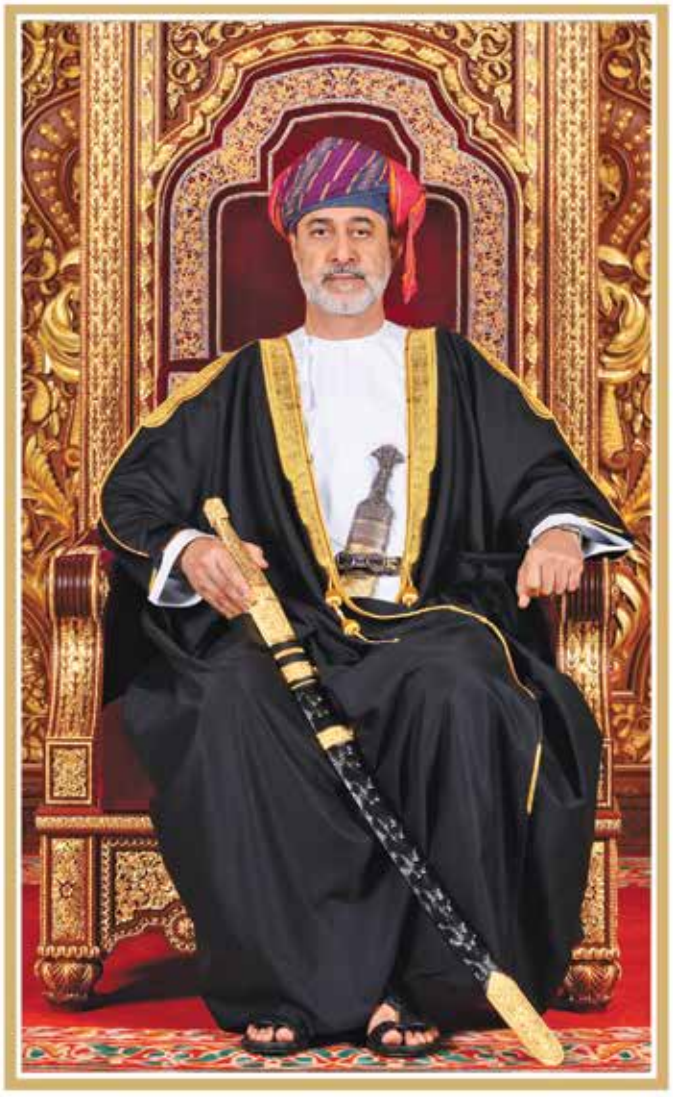


جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التعليم

لا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملاً أو مجزّأً أو ترجمته أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال إلا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.



المغفور له
السلطان قابوس بن سعيد
–طيّب اللّه ثراه–



حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المعظم
– حفظه اللّه ورعاه –

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)





النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مُؤَيَّدًا عاهِلاً مُمَجَّدًا
بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ ضِيَاء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين سيّدنا محمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد :

فقد حرصت وزارة التعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوّنًا أساسيًّا من مكوِّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقرّرات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها ؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي مع والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلبة، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسومات. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلبة النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحَكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التعليم

المحتويات

المُقدِّمة xiii

الوحدة الأولى: استخدام التمثيلات البيانيّة

١–١ التمثيلات البيانية للتحويل ١٥

١–٢ تمثيل المناطق في المستوى الإحداثي ١٨

١–٣ البرمجة الخطّية ٢٢

١–٤ الميل ٢٥

١–٥ التمثيلات البيانية للحركة ٢٨

تمارين مُتنوِّعة ٣٣

الوحدة الثانية: جمع البيانات وتمثيلها

٢–١ جمع البيانات وتصنيفها ٣٦

٢–٢ تنظيم البيانات ٣٨

٢–٣ استخدام الجداول لعرض البيانات ٤٣

تمارين مُتنوِّعة ٤٩

الوحدة الثالثة: المُعالجة الجبريّة

٣–١ الكسور الجبرية ٥٤

تمارين مُتنوِّعة ٥٧

الوحدة الرابعة: الدوائر

٤–١ خصائص التماثُل في الدائرة ٥٨

٤–٢ العلاقات بين الزوايا في الدائرة ٦٠

تمارين مُتنوِّعة ٦٥

الوحدة الخامسة: المقاييس الإحصائية والانتشار

٥–١ المقاييس الإحصائية ٦٧

٥–٢ الجداول التكرارية ٧٣

٥–٣ المِئينات والرُّبَيعات والمخطط الصندوقي .. ٧٩

تمارين مُتنوِّعة ٨٣

الوحدة السادسة: التناسُب

٦–١ التناسُب الطرديّ والتناسُب العكسيّ في الحدود الجبريّة ٨٧

الوحدة السابعة: المزيد من التمثيلات الإحصائيّة

٧–١ بيانات بمتغيّرَين ٩٠

٧–٢ المُدرَّج التكراري ٩٥

٧–٣ التكرار التراكُمي ٩٩

تمارين مُتنوِّعة ١٠١

الوحدة الثامنة: الدوال

٨–١ الدوال وصيغة الدالّة ١٠٦

تمارين مُتنوِّعة ١١٠

المُقدِّمة

ألَّف كتاب النشاط معلمون ذوو خبرة ليتماشى مع كتاب الطالب.

يحتوي الكتاب على العديد من التمارين، إضافة إلى خلاصات مفيدة جاءت على هيئة نقاط للتذكير بالأفكار الرئيسية للوحدة، ونصائح مفيدة وُضعت في إطارات خاصة بها يستخدمها أي طالب بحاجة إلى المزيد من الدعم. تعتمد بنية الكتاب على ربط كل تمرين فيه بتمرين مماثل له في كتاب الطالب.

تتضمّن كل وحدة العديد من التدريبات مُمثَّلة في تمارين 'تطبيقية' مباشرة، تتكوَّن من أسئلة متسلسلة في الصعوبة ومُتكرِّرة، بحيث تتيح للطالب التدرُّب على طرق يمكن تطبيقها على كل موضوع فرعي. وترِد في نهاية كل وحدة 'تمارين متنوِّعة' تجمع مختلف الموضوعات الفرعية للوحدة بطريقة تجعلك تقرّر بنفسك الطرائق التي يجب استخدامها. يتم توفير الإجابات عن كل هذه الأسئلة في دليل المعلم.

تم تأليف الكتاب بتكامل واضح من البداية إلى النهاية، مع بعض الوحدات اللاحقة التي تستدعي المعرفة المُكتسَبة في الوحدات السابقة. وترد إشارات مفيدة تربط محتوى الوحدات، مما يسمح لك بمتابعة المادة التعليمية من خلال الكتاب: فكما تُعرَض فقرة خاصَّة بالمعارف المُتعلِّقة بمحتوى الوحدات السابقة عنوانها 'سابقًا'؛ تُعرَضُ بالمقابل فقرة أخرى تتعلَّق بالمعارف التي ستتم دراستها لاحقًا عنوانها 'لاحقًا'. وفيما يأتي مثالان على الفقرتين:

سابقًا

ستطبِّق العلاقات بين الزوايا في الخطوط المستقيمة المتوازية عندما يتضمَّن الشكل الرباعي أضلاعًا متوازية.

سابقًا

ستتعلم لاحقًا المزيد عن المجموعات في الوحدة التاسعة. والآن، فكِّر في المجموعة على أنها قائمة من الأعداد أو البنود الأخرى التي غالبًا ما توضع بين حاصرتَين.

إذا كان الجزء العددي في الصيغة العلمية عددًا كاملاً، فلا حاجة إلى إضافة فاصلة عشرية.

مُساعَدة

في المسائل اللفظية التي لا تتضمَّن رسمًا، قد يساعدك الرسم التقريبي على إيجاد الإجابات.

تتضمَّن الإرشادات المفيدة في هوامش الكتاب ما يأتي:

مفاتيح: تحتوي هذه المستطيلات ذات اللون الرمادي الفاتح على تعليقات عامَّة تذكِّرك بالمعلومات أو المفاتيح المهمة والمفيدة عند التعامل مع تمرين ما وأنت بمطلق الأحوال مُستفيدٌ من معرفتها. غالبًا ما تُقدم معلومات أو دعمًا إضافيًا في موضوعات يُحتمل أن تكون مُلتبِسة.

مساعدة: تحتوي هذه المستطيلات على نصائح تتعلّق بالطريقة الرياضية الجيدة للإجابة عن الأسئلة. وهي تُغطّي الأخطاء الشائعة بناءً على تجارب المؤلفين مع طلبتهم، وتمنحك أشياء يجب أن تتذكَّرها أو أن تكون حذرًا منها لتكون ناجحًا في دراساتك.

تُعدّ القُدرة على ترجمة المسألة اللفظية إلى عبارة جبرية استراتيجية مُفيدة في حل المسائل. تذكّر أنك تستطيع استخدام أي حرف كمُتغيِّر شرط أن توضِّح معناه.

الوحدة الأولى: استخدام التمثيلات البيانيّة

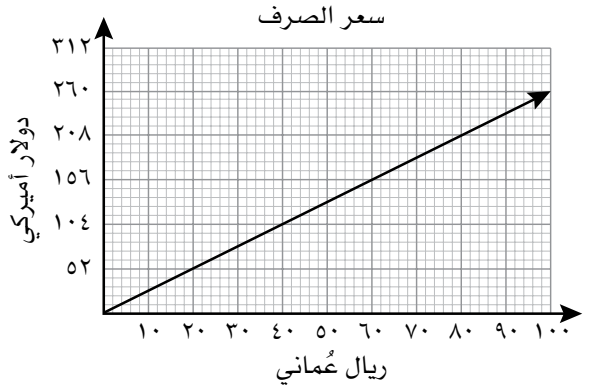
١-١ التمثيلات البيانية للتحويل

- تسمح لك التمثيلات البيانية بالتحويل من وحدة قياس إلى وحدة قياس أخرى، بعد إعطاء قيَم الوحدتَين على محورين مختلفَين، وإذا أردت إيجاد إحدى القيَم (س) بمعلومية القيمة الأخرى (ص)، فعليك إيجاد قيمة ص في التمثيل البياني، وقراءة القيمة المُناظِرة لها س على المحور الآخر.

تمارين ١-١

١) سافر سعيد إلى الولايات المُتّحدة الأميركية، واطّلع على التمثيل البياني أدناه الذي يبيِّن التحويل بين الدولار الأميركي والريال العُماني:

مُساعَدة
تأكّد من قراءة المقياس المكتوب على المحورَين لكي تقرأ القيم المطلوبة بصورة صحيحة.



أ ما المقياس المُستخدَم في المحور السيني؟

_____

ب كم دولارًا أميركيًّا سيحصل عليه سعيد مُقابل:

(١) ٥٠ ريالاً عُمانيًّا؟ _____

(٢) ١٠٠ ريال عُماني؟ _____

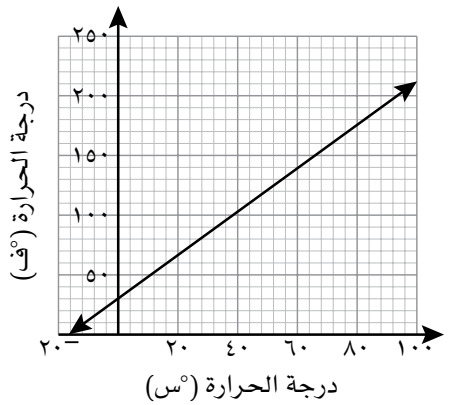
(٣) ٥٠٠ ريال عُماني؟ _____

ج سيدفع سعيد ٢٠٨ دولار أميركي لكل ليلة سيقيمها في الفندق:

(١) كم ريالاً عُمانيًّا سيدفع سعيد عند إقامته ليلة واحدة في الفندق؟

(٢) كم ريالاً عُمانيًّا سيدفع سعيد عند إقامته ٨ ليالٍ في الفندق؟

٢) باستخدام التمثيل البياني أدناه، أجب عن الأسئلة التالية:



مُساعَدة
لا تزال الولايات المُتَّحدة الأميركية تستخدم مقياس الفهرنهايت في درجات الحرارة. لذا قد تجد درجة الحرارة بالفهرنهايت على بعض أفران الغاز الأميركيّة المخصَّصة للاستخدام المنزلي.

أ ماذا يُبيّن التمثيل البياني؟

ب أوجد درجة الحرارة بالفهرنهايت لكلّ ممّا يلي:

(١) ٠ °س (٢) ١٠ °س (٣) ١٠٠ °س

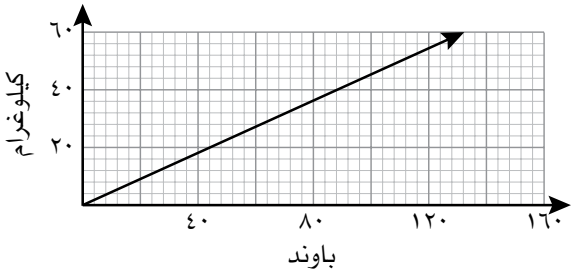
ج عثرت سارة في إحدى المجّلات على وصفة لتحضير قالب من الحلوى، حيث جاء في الوصفة أن عليها وضع القالب في الفرن على درجة حرارة ٢١٠ °س لمدة ساعة واحدة.

حضّرت سارة قالب الحلوى ووضعته في الفرن، وبعد مرور ساعة، وجدت أن قالب الحلوى لم ينضج بعد. ما المشكلة في رأيك؟

د قرأت سارة في صفحة الطقس التابعة للمجلّة نفسها أن درجة الحرارة الخارجية ٥٠ درجة، وأنّ الطقس في الخارج بارد جدًّا. عن أي درجة حرارة يتحدّثون في المجلة: السيليزية أم فهرنهايت؟ كيف عرفت ذلك؟

_____

٣) يُبيّن التمثيل البياني المجاور مُعامِل التحويل بين الباوند (إحدى وحدات قياس الكتل) والكيلوغرام:



أ تقول سامية إنها تريد التخلُّص من ٢٠ باوندًا.
كم يساوي ذلك بالكيلوغرام؟

_____

ب يقول زاهر إنّه نحيل الجسم، حيث أن كتلته تساوي ٩٨ باوندًا. ما كتلة زاهر بالكيلوغرام؟

_____

ج أي الكتلتَين هي الأثقل في كلّ ممّا يلي:

(١) ٣٠ باوندًا أم ٢٠ كيلوغرامًا؟ _____

(٢) ٣٥ كيلوغرامًا أم ٧٠ باوندًا؟ _____

(٣) ٦٠ كيلوغرامًا أم ١٤٥ باوندًا؟ _____

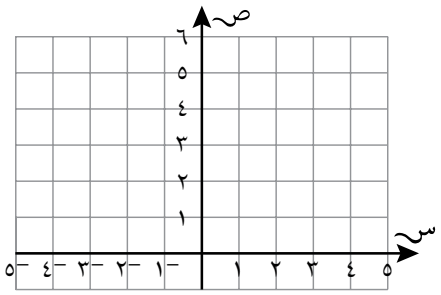
١-٢ تمثيل المناطق في المستوى الإحداثي

- عندما تُعطى العلاقة بين مُتغيّرَين في صورة متباينة، يتمّ تمثيل هذه العلاقة بيانيًّا على صورة منطقة في المستوى الإحداثي.
- عندما تتضمّن المُتباينة إشارة المساواة (≥ أو ≤)، يجب أن يكون مستقيم الحد مُدرَجًا في الحل ومرسومًا بشكل مُتَّصل في التمثيل البياني.
- عندما لا تتضمّن المُتباينة إشارة المساواة (< أو >)، يجب ألّا يكون مستقيم الحد مُدرَجًا في الحل ويكون مرسومًا بشكل مُتقطِّع في التمثيل البياني.

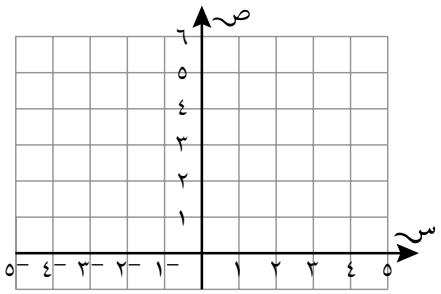
تمارين ١-٢-أ

١) ارسم في كل من الحالات التالية المنطقة التي تُمثِّل المُتباينة بتظليل المنطقة الواقعة خارج منطقة الحل:

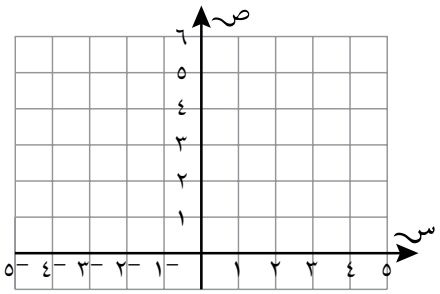
أ ص > ٤س + ١



ب ص ≤ -٣س + ٥



ج ص > -س + ١



مُساعَدة

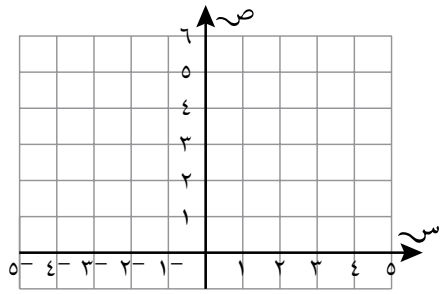
إذا أُعطيت معادلة المستقيم في صورة ص = م س + جـ، فإن:

- المُتباينة
  ص > م س + جـ
  تكون أعلى المستقيم
- المُتباينة
  ص < م س + جـ
  تكون أسفل المستقيمُ

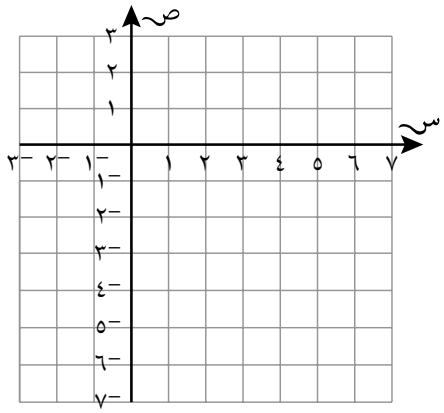
إذا لم تُعطَ معادلة المستقيم في صورة ص = م س + جـ، فعليك اختيار نقطة في أحد جانبَي المستقيم والتحقُّق من وقوعها داخل أو خارج المنطقة.

٢) مثِّل كل مُتباينة فيما يلي بتظليل المنطقة التي لا تمثل حلًّا للمتباينة:

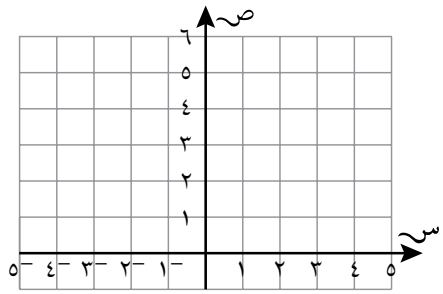
أ) $٢ص \geq ٤-$



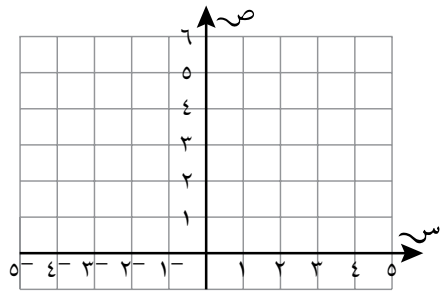
ب) $س - ص > ٧$



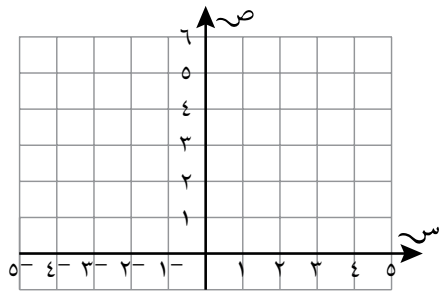
ج) $٣س - ص \leq ٣$



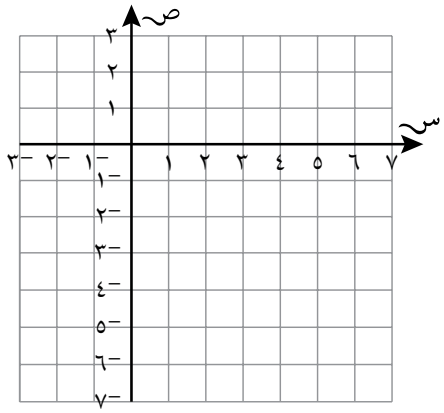
د) $٢س > ٣ص - ٦$



هـ) $-٢ < ص \leq ٤$

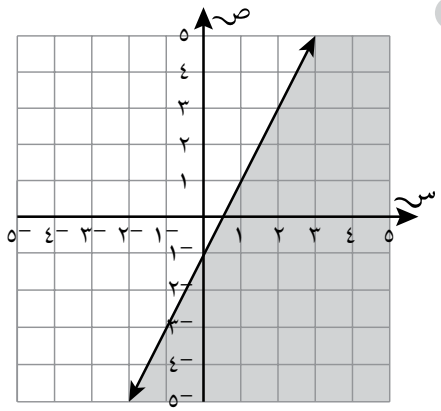


و) $\frac{س - ص}{٤} > \frac{٣}{٢}$

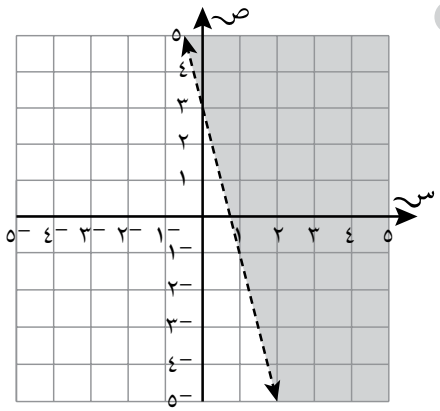


٣) أوجد المُتباينة المُمثّلة بالمنطقة غير المظلَّلة في كل من الحالات التالية:

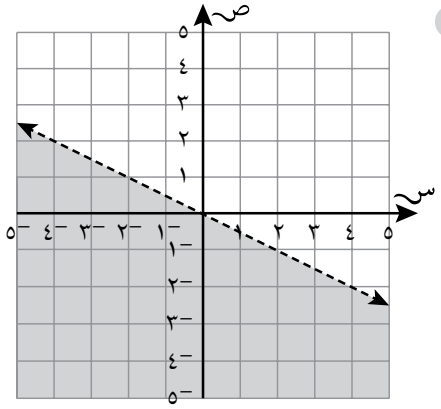
أ



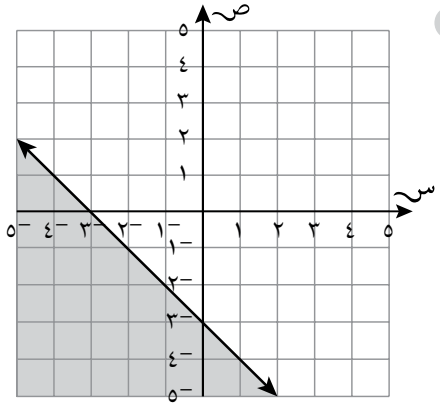
ب



ج



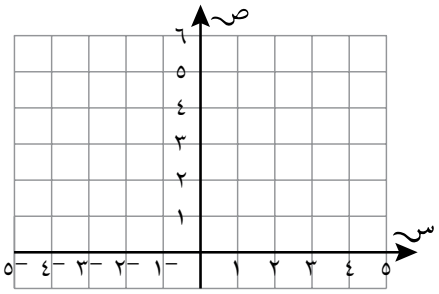
د



تمارين ١-٢-ب

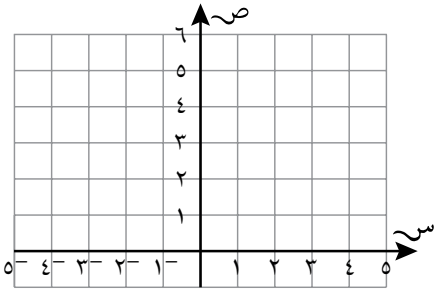
١) ارسم المنطقة المُعرَّفة بمجموعة المُتباينات التالية مُظلّلاً المنطقة التي لا تمثّل الحل:

٢س + ٣ص < ٦ ، س − ص > ٠ ، ص ≤ −١



٢) أ ارسم المنطقة التي تُحقِّق كلّ المُتباينات التالية مُظلّلاً المنطقة التي لا تمثّل الحل:

٢س + ٤ص ≥ ٦ ، س − ٥ص ≥ −٥ ، س ≤ −٢



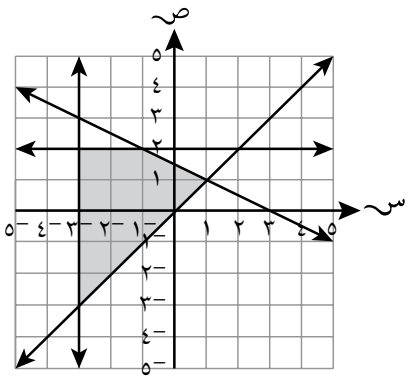
ب اكتب الإحداثيات (س، ص) حيث س، ص أعداد صحيحة، والتي تُحقِّق كلّ المُتباينات في هذه الحالة.

٣-١ البرمجة الخطّية

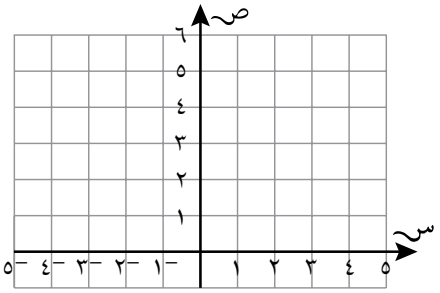
- طريقة رياضية للتعبير عن المُحدِّدات (أو القيود) في الأعمال والصناعة، للحصول على أعلى مكسب، أو أقلّ تكلفة، إلخ.
- تتّخذ المُحدِّدات (القيود) شكل المُتباينات الخطّية.

تمارين ١-٣

١) يُظهِر التمثيل البياني المجاور، منطقة مظلّلة تُمثِّل مجموعة المُتباينات ص ≥ ٢، س ≤ −٣، ص ≤ س، س + ٢ص ≥ ٣. أوجد أكبر قيمة وأصغر قيمة للعبارة الجبرية (س + ص) التي تحقِّق المُتباينات المُعطاة.



٢) أ استخدم المستوى الإحداثي التالي لتُظلِّل المنطقة التي تُحقِّق المُتباينات:
ص ≤ ٠، ٠ ≤ س ≤ ٣، ص ≥ س + ٣، ص ≥ −س + ٧



ب ما أكبر قيمة للعبارة الجبرية (٢ص + س) إذا كان س، ص يُحقّقان كلّ المُتباينات في الجزئية (أ)؟

٣) لدى سعاد مُكوِّنات لتحضير٣٠ علبة حلوى بالشوكولاتة و٢٠ علبة حلوى بالفراولة كحدّ أقصى، ووقتها يسمح بتحضير ٤٠ علبة حلوى على الأكثر، إذا أرادت ان تربح من كل علبة حلوى بالشوكولاتة ٣ ريالات عمانية، ومن كل علبة حلوى بالفراولة ريالَين عمانيَّين، فكم علبة من كل نوع يمكن لسعاد أن تحضِّر لتحصل على أكبر ربح؟ وكم قيمة الربح؟

مُساعَدة

حدِّد كل مجهول تحتاج إليه، وسمّه بمُتغيِّر من اختيارك.

انتبه لمفردات مثل 'على الأقل'، 'القيمة الصغرى'...، تُساهِم في التعبير عن المُحدّدات في صورة مُتباينات.

ليكن س عدد علب حلوى الشوكولاتة وص عدد علب حلوى الفراولة.

ما العبارة الجبرية التي تمثل دالّة الربح؟

٤) تُنتِج إحدى الشركات مُركّزات مختلفة من العصير، حيث تحتاج العملية إلى إنتاج ٣ لترات على الأقلّ من مُركَّز عصير البرتقال لكل لتر واحد من مُركَّز عصير الليمون، ويتوجَّب في فصل الصيف، إنتاج ما لا يقلّ عن ١٠٠٠ لتر وما لا يزيد عن ١٨٠٠ لتر من مُركَّز عصير البرتقال شهريًّا، كذلك الأمر بالنسبة إلى الطلب على مُركَّز عصير الليمون حيث لا يزيد عن ٦٠٠ لتر شهريًّا. إذا كان اللتر الواحد من مُركَّز عصير الليمون يُباع بـ ١,٩ ريال عُماني، واللتر الواحد من مُركَّز عصير البرتقال بـ ١ ريال عماني، فكم لترًا من كل نوع يجب إنتاجه للحصول على أكبر مكسب؟

ليكن س عدد لترات مركَّز عصير البرتقال وص عدد لترات مركَّز عصير الليمون.

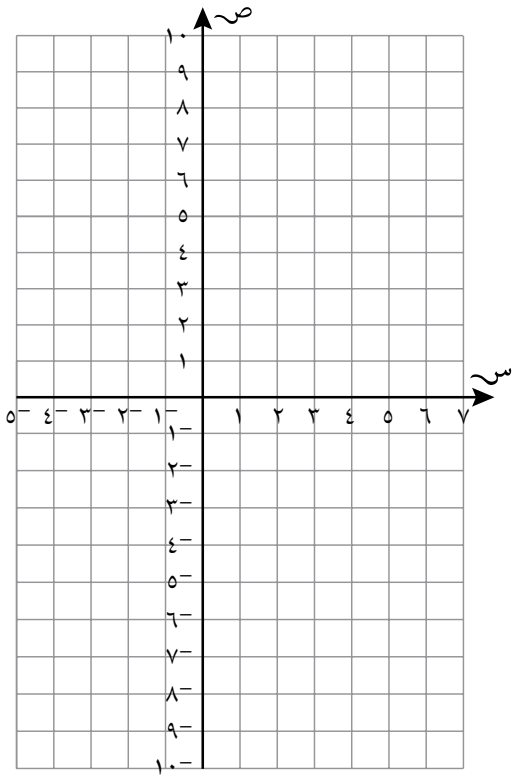
١-٤ الميل

- لا يوجد مَيل ثابت في المنحنى.
- مَيل المنحنى عند نقطة ما يساوي مَيل مماس المُنحنى عند تلك النقطة.
- المَيل = $\frac{\text{التغيُّر في الإحداثي ص}}{\text{التغيُّر في الإحداثي س}} = \frac{\text{المسافة الرأسيّة}}{\text{المسافة الأفقيّة}}$

تمارين ١-٤

١) أ ارسم التمثيل البياني للدالة

ص = س^{٢} − ٢س − ٨

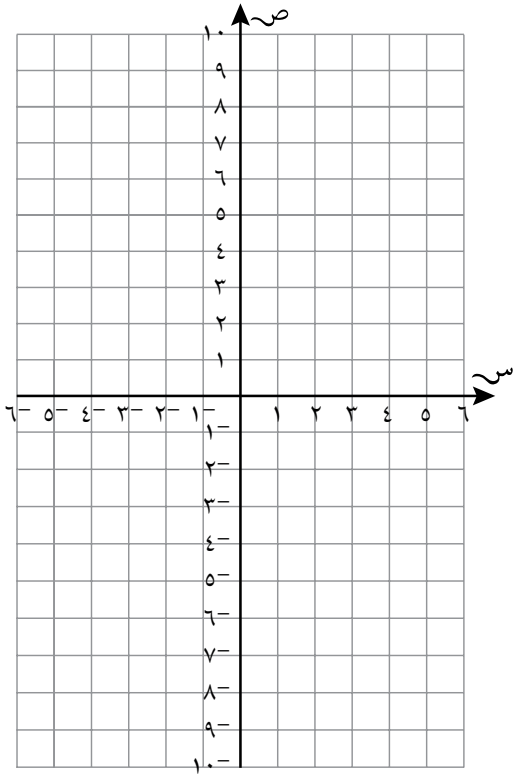


ب أوجد مَيل المُنحنى:

(١) عند النقطة التي يتقاطع فيها المُنحنى مع المحور الصادي.

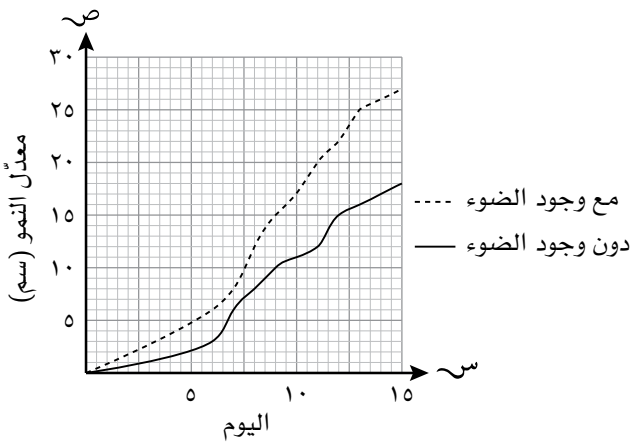
(٢) عند كل نقطة يتقاطع فيها المُنحنى مع المحور السيني.

٢) أ ارسم التمثيل البياني للدالة ص = س^{٣} − ١ في الفترة −٤ ⩽ س ⩽ ٤



ب أوجد مَيل المُنحنى عند النقطة أ(٢، ٧)

٣) يُبيّن التمثيل البياني المجاور كيفية تأثّر مُعدّل نموّ نبتة الفول بأشعّة الشمس. أوجد مُعدّل النموّ مع وجود الضوء وبدونه، في اليوم الثالث عشر.



١-٥ التمثيلات البيانية للحركة

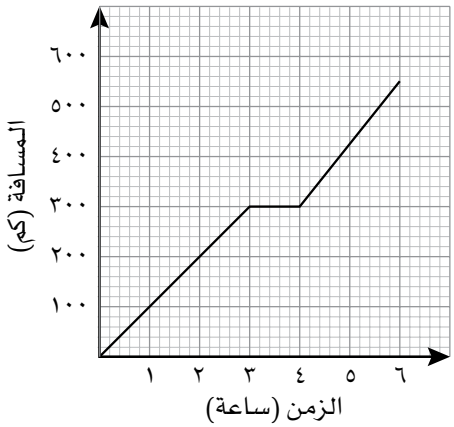
- تُبيّن التمثيلات البيانية للمسافة–الزمن العلاقة بين المسافة التي يقطعها جسم ما والزمن المطلوب لقطع تلك المسافة.
- يُعرَض الزمن عادة على المحور الأفقي لأنّه المُتغيِّر المُستقِلّ، بينما تُعرَض المسافة عادة على المحور الرأسي لأنها المتغيّر التابع.
- يمكنك إيجاد السرعة باستخدام التمثيل البياني للمسافة–الزمن، بالنظر إلى مَيل (انحدار) المستقيم. كلما ازداد انحدار المستقيم تكبر السرعة؛ يشير المستقيم إلى السرعة الثابتة؛ يُمثّل المَيل إلى الأعلى والمَيل إلى الأسفل حركات باتّجاهات مُتعاكسة؛ يُمثِّل المستقيم الأفقي عدم وجود أي حركة:

$$\text{السرعة المتوسِّطة} = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن اللازم لقطع تلك المسافة}} = \frac{\text{التغيُّر في الإحداثي ص}}{\text{التغيُّر في الإحداثي س}}$$

- تُبيّن التمثيلات البيانية للسرعة–الزمن السرعة على المحور الرأسي والزمن على المحور الأفقي.
- في التمثيل البياني للسرعة–الزمن، المَيل = التسارع. يُمثّل المَيل الموجب (التسارُع) تزايدًا في السرعة، ويُمثّل المَيل السالب (التباطؤ) تناقُصًا في السرعة.
- المسافة = السرعة × الزمن. يمكنك إيجاد المسافة المقطوعة في زمن مُحدّد باحتساب مساحة الأشكال تحت أجزاء التمثيل البياني. للقيام بذلك، طبّق صيَغ مساحات الأشكال الرباعية والمُثلّثات.

تمارين ١-٥-أ

١) يُبيّن التمثيل البياني المجاور المسافة المقطوعة بإحدى السيّارات في ستّ ساعات:



أ استخدم التمثيل البياني لإيجاد المسافة المقطوعة بعد مرور:

(١) ساعة واحدة (٢) ساعتَين (٣) ثلاث ساعات

_____ _____ _____

_____ _____ _____

ب صف ما يدل عليه التمثيل البياني بين الساعتَين الثالثة والرابعة.

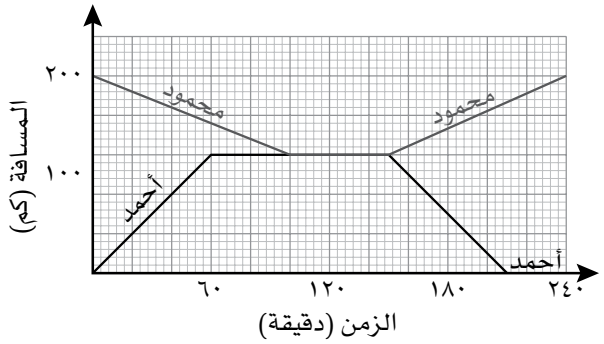
_____

_____

ج ما المسافة التي قطعتها السيّارة خلال آخر ساعتَين من الرحلة؟

تمارين ١-٥-ب

١) يعيش كلٌّ من أحمد ومحمود في ولايتَين مختلفتَين، حيث يبعد منزل أحمد عن منزل محمود مسافة ٢٠٠ كم. قرّرا اللقاء يوم الجمعة في مركز تجاري يقع بين منزلَيهما. انطلق محمود بالحافلة وانطلق أحمد بالسيّارة. يُبيّن التمثيل البياني المجاور مسار الرحلتَين:



أ ما الزمن الذي استغرقه أحمد في السيارة للوصول إلى المركز التجاري؟

ب ما الزمن الذي استغرقه محمود في الحافلة للوصول إلى المركز التجاري؟

ج ما سرعة السيّارة في الساعة الأولى؟

د كم يبعد المركز التجاري عن:

(١) منزل أحمد؟

(٢) منزل محمود؟

هـ السرعة المتوسِّطة للحافلة في رحلتها من منزل محمود إلى المركز التجاري؟

و كم سينتظر أحمد قبل أن يصل محمود؟

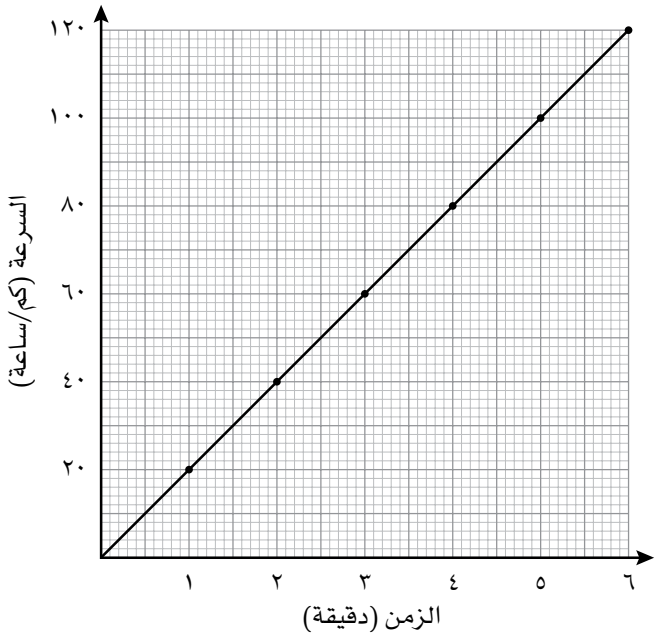
ز ما الزمن الذي قضاه الصديقان معًا؟

ح بكم كانت رحلة أحمد أسرع من رحلة محمود عند عودة كلّ منهما إلى المنزل؟

ط إذا ترك كل من الصديقَين منزله عند الساعة ٨:٠٠ صباحًا، فمتى عاد كل منهما إلى منزله بعد انتهاء الرحلة؟

تمارين ١-٥-ج

١) يُبيّن التمثيل البياني للسرعة–الزمن المجاور سرعة سيارة بالـ كم/ساعة مُقابِل الزمن بالدقائق.



أ ما سرعة السيارة بعد مرور:

(١) دقيقتَين؟

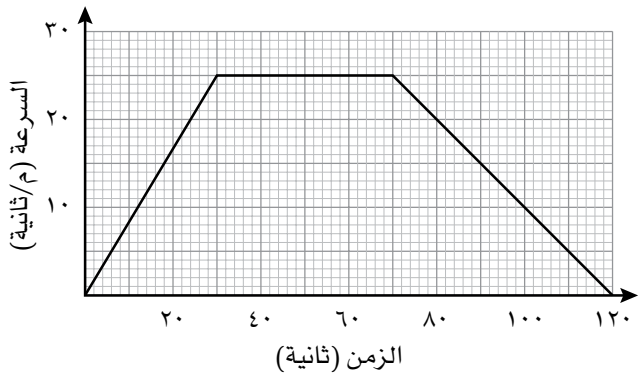
(٢) ستّ دقائق؟

ب متى سارت السيّارة بسرعة ٧٠ كم/ساعة؟

ج احسب تسارُع السيّارة بالـ كم/(ساعة)^{٢}

د ما المسافة التي قطعتها السيّارة في أوّل ستّ دقائق؟

٢) يُبيّن التمثيل البياني للسرعة–الزمن أدناه سرعة قطار بالـ م/ثانية مُقابِل الزمن بالثواني:



مُساعَدة

التسارُع = التغيُّر في السرعة ÷ الزمن المُستغرَق.

بما أن وحدة القياس في هذا المثال هي المتر على الثانية، فإن وحدة قياس التسارُع ستكون المتر على مُربّع الثانية. يتمّ التعبير عن ذلك في صورة م (ثانية)$^{-٢}$ أو م/(ثانية)^{٢}

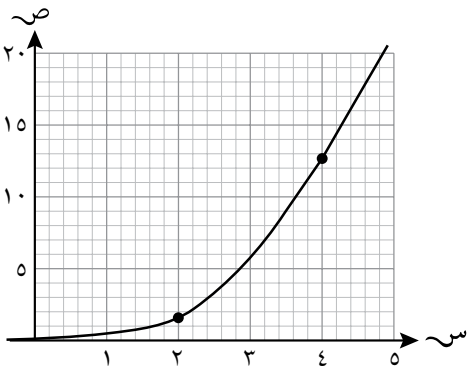
أ متى تسارع القطار؟ وما قيمة ذلك التسارُع؟

ب متى بدأ القطار بالتباطؤ وما قيمة ذلك التباطؤ؟

ج متى سار القطار بسرعة ثابتة؟ وكم كانت تلك السرعة بالـ كم/ساعة؟

د ما المسافة التي قطعها القطار خلال الدقيقتَين؟

٣) في التمثيل البياني المجاور، ارسم مماسًّا واستخدمه لتجد انحدار المنحنى عندما:

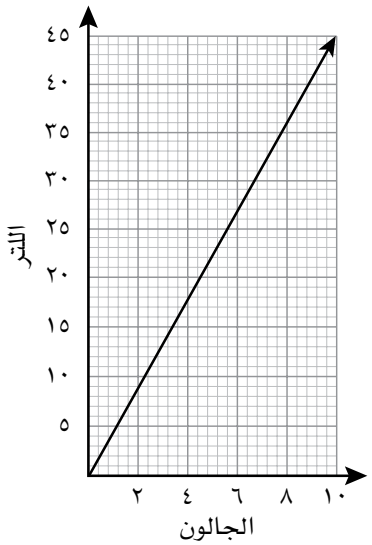


أ) س = ٢

ب) س = ٤

تمارين مُتنوِّعة

١) باستخدام التمثيل البياني المجاور، أجب عن الأسئلة التالية:



أ على ماذا يدلّك التمثيل البياني؟

_____

ب حول كلًّا مما يلي إلى لترات:

(١) ١٠ جالونات _____ (٢) ٢٥ جالونًا _____

ج حول كلًّا مما يلي إلى جالونات:

(١) ١٥ لترًا _____ (٢) ١٢٠ لترًا _____

د يقطع عبدالرحيم بسيّارته مسافة ٣٠ ميلاً بالجالون الواحد في المدينة ومسافة ٤٢ ميلاً بالجالون الواحد على الطريق السريع:

(١) حوِّل كل مُعدّل إلى كيلومتر بالجالون.

_____

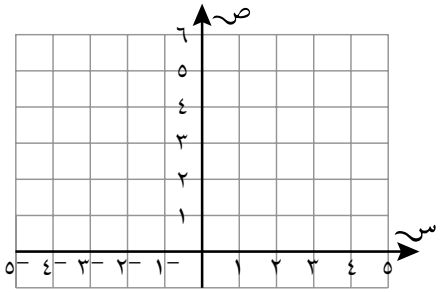
_____

(٢) إذا علمت أنّ كل جالون واحد يعادل ٤,٥٤٦ لترات، حوِّل المُعدّلَين إلى كيلومتر باللتر.

_____

_____

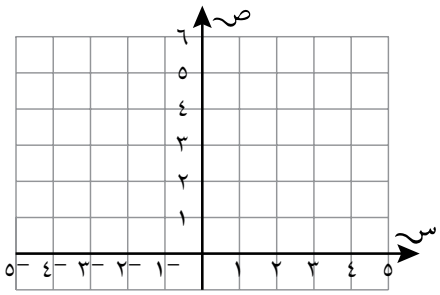
٢) مثِّل المُتباينة $-٢ < س \leq ٣$ بيانيًّا:



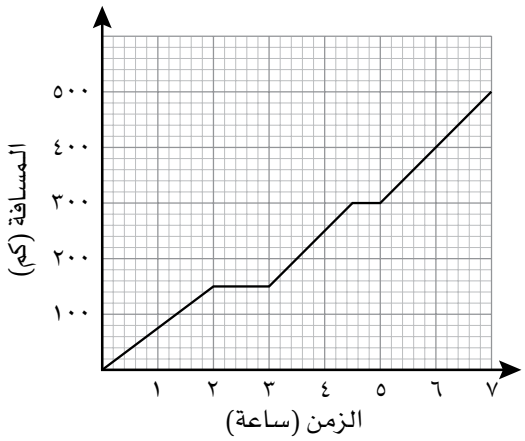
٣) تُحقِّق الأعداد الصحيحة س، ص المُتباينات التالية:

ص > ١,٥، ص ≥ ٤، س ≤ −٢، ص > س + ١، ص ≤ −س + ١

أوجد (بيانيًّا) القيمتَين الكبرى والصغرى للأعداد الصحيحة س، ص في العبارة الجبرية (ص + $\frac{\text{س}}{٢}$).



٤) يُبيّن التمثيل البياني للمسافة–الزمن المجاور رحلة صهريج بترول يوصل الوقود إلى محطات الوقود:



أ) ما المسافة التي قطعها الصهريج في أوّل ساعتَين؟

ب) متى توقّف الصهريج لتوصيل أوّل كمية وقود؟ ما الزمن الذي استغرقه في الوقوف؟

ج) احسب السرعة المتوسِّطة لصهريج البترول بين التوقُّف الأوّل والتوقُّف الثاني اللذَين قام بهما.

د) ما السرعة المتوسِّطة للصهريج خلال آخر ساعتَين من الرحلة؟

هـ ما المسافة الكلّية التي قطعها صهريج البترول في رحلته؟

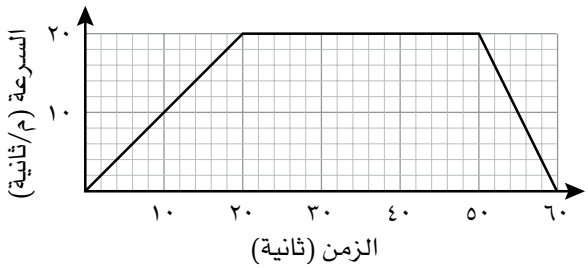
_____

_____

٥) يُبيّن التمثيل البياني للسرعة-الزمن المجاور سرعة جزء من رحلة سيّارة بالـ م/ثانية:

أ كم الزمن الذي كانت فيه السيارة مُتسارِعة؟

_____



ب احسب مُعدّل تباطؤ السيّارة بين ٥٠ ثانية و٦٠ ثانية.

_____

_____

_____

ج ما المسافة التي قطعتها السيّارة خلال العشرين ثانية الأولى؟

_____

_____

د كم مترًا قطعت السيّارة لتتوقّف عندما بدأت بالتباطؤ؟

_____

_____

_____

الوحدة الثانية: جمع البيانات وتمثيلها

٢-١ جمع البيانات وتصنيفها

- البيانات هي مجموعة من الحقائق والأعداد والمعلومات الأخرى التي يتمّ جمعها للإجابة عن سؤال إحصائي.
- البيانات الأوَّلية هي بيانات "أساسية" يمكن جمعها بالقياس والملاحظة وإجراء التجارب من خلال تنفيذ دراسات مسحية، أو من خلال الطلب إلى الأشخاص إكمال الاستبانات.
- البيانات الثانوية هي بيانات مُستقاة من مصادر غير أوَّلية. كأن تعرف مساحة كل محيط من المحيطات بالرجوع إلى الأطلس.
- يمكن تصنيف البيانات إلى بيانات نوعية وبيانات كمّية.
- البيانات النوعية هي بيانات غير عددية، مثل اللون، أو نوع السيّارة، أو المذاق المُفضّل.
- البيانات الكمّية هي بيانات عددية تمّ جمعها أو قياسها في السابق، مثل العمر والدرجات في الاختبارات وقياس الحذاء والطول.
- تكون البيانات الكمّية مُنفصلة أو مُتَّصلة.
- قد تتّخذ البيانات المُنفصلة بعض القيَم فقط، وهي عادة من الأمور التي يمكن إحصاؤها، مثل عدد الأطفال في أسرتك. ولا تتضمّن البيانات المنفصلة، قيَمًا بين أي قيمتَين مُحدّدتَين، إذ لا يمكن أن يكون في أسرة مثلاً $2\frac{1}{2}$ طفل.
- تتّخذ البيانات المُتَّصلة أي قيمة، وهي عادة من الأمور التي يمكن قياسها، مثلاً: يتراوح ارتفاع الأشجار في الغابات المطيرة بين ٢٠ مترًا و٣٠ مترًا، وقد تكون أي قيمة بين هذَين الارتفاعَين ممكنة.

تمارين ٢-١

١) يبيّن الجدول التالي بيانات تمّ جمعها عن عشرة طلاب في أحد الصفوف. ادرس الجدول، ثم أجب عن الأسئلة التالية حول البيانات:

الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الجنس	أنثى	أنثى	ذكر	ذكر	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	أنثى	ذكر
الطول (م)	١,٥٥	١,٦١	١,٦٣	١,٦٠	١,٦١	١,٦٢	١,٦٤	١,٦٩	١,٦١	١,٦٥
عدد غرف المنزل	٣	٤	٧	٦	٦	٧	٥	٤	٥	٧
الكتلة (كغم)	٤٠	٥١	٥٢	٥٤	٦٠	٤٣	٥٥	٥٦	٥١	٥٥
لون العيون	بُنّي	أسود	أسود	بُنّي	بُنّي	بُنّي	بُنّي	أسود	عسلي	بُنّي
لون الشعر	أسود	أسود	أشقر	بنّي	بُنّي	بُنّي	أسود	أسود	أسود	أسود
عدد الإخوة والأخوات	٠	٣	٤	٢	١	٢	٣	١	٠	٣

أ أيٌّ من البيانات أعلاه بيانات نوعيّة؟

ب أيٌّ من البيانات أعلاه بيانات كمّية؟

ج أي مجموعات من البيانات العددية هي بيانات مُنفصلة؟

د أي مجموعات من البيانات العددية هي بيانات مُتّصلة؟

هـ كيف تمّ في رأيك جمع كل مجموعة من البيانات؟ اذكُر سببًا لكل إجابة من إجاباتك.

٢-٢ تنظيم البيانات

- عندما يتمّ جمع البيانات، يجب ترتيبها وتنظيمها ليسهل التعامُل معها وتفسيرها واستخلاص النتائج منها.
- عندما تكون مجموعة البيانات العددية كبيرة وتتضمّن الكثير من القيَم المختلفة، يمكنك تجميعها في فئات، مع الانتباه لعدم تداخُل هذه الفئات.
- تُستخدم جداول العد والجداول التكرارية ومُخطّطات الساق والورقة، لتنظيم البيانات وعرض مجاميع القيَم المختلفة والفئات. ويتمّ استخدام مُخطّط الساق والورقة المُزدوج لعرض مجموعتَين من البيانات المُترابطة.
- يتمّ استخدام الجدول المُزدوج لعرض تكرارات القيَم في مجموعتَي بيانات أو أكثر.

تمارين ٢-٢-أ

١) أجرت سامية دراسة مسحية لمعرفة عدد المكالمات الهاتفية التي يتلقّاها موظف الاستعلامات في الساعة من مجموعة تضمّ ٤٠ موظفًا في شركات مختلفة، وحصلت على البيانات التالية:

٦	٥	٦	٧	٤	٥	٨	٦	٧	١٠
٧	٦	٥	٦	١	٩	٤	٤	٢	٦
٥	٥	٧	٣	٤	٥	٨	٣	٥	٨
١٠	٩	٩	٧	٥	٥	٧	٦	٤	٢

في لغة البيانات، تعني كلمة "تكرار" عدد المرّات التي تظهر فيها درجة ما أو ملاحظة ما.

أكمل جدول العد التالي لتنظيم البيانات:

عدد المكالمات الهاتفية	علامات العد
١	
٢	
٣	
٤	
٥	
٦	
٧	
٨	
٩	
١٠	

تمارين ٢-٢-ب

١) يمر راشد خلال ذهابه يوميًّا إلى العمل بستّ إشارات مرور ضوئيّة. قام بحساب عدد المرّات التي اضطر فيها إلى التوقّف عند إشارة ضوئيّة حمراء خلال مدّة ٥٠ يومًا، وحصل على البيانات التالية:

٦	٦	٦	٥	٤	٣	٢	٠	٠	٦
٥	٠	٤	٠	٠	٠	٠	٢	١	٤
١	١	٣	٢	٥	٤	٣	٣	٣	٢
١	٦	٥	٥	٤	٤	٣	٢	٥	٤
٦	٣	٢	٤	٢	١	٢	٢	١	٥

أ أكمل الجدول التكراري التالي لتنظِّم البيانات:

عدد الإشارات الضوئية الحمراء	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار							

ب ما الذي تكرّر حدوثه مع راشد: التوقّف عند كل الإشارات، أم عدم التوقّف عند أي منها؟

_____

_____

٢) جمع المُعلِّم حسن درجات ٥٠ طالبًا في أحد الاختبارات، علمًا بان الدرجة الكلّية للاختبار هي ١٠٠ درجة، وسجَّلها كالتالي:

٥٤	٢٦	٦٠	٤٠	٥٥	٨٢	٦٧	٥٩	٥٧	٧٠
٦٧	٤٤	٦٣	٥٦	٤٦	٤٨	٥٥	٦٣	٤٢	٥٨
٤٥	٥٤	٧٦	٦٥	٦٣	٦١	٤٩	٥٤	٥٤	٥٣
٦٧	٥٦	٦٩	٥٧	٣٨	٥٧	٥١	٥٥	٥٩	٧٨
٦٥	٥٢	٥٥	٧٨	٦٩	٧١	٧٣	٨٨	٨٠	٩١

أ أكمل الجدول التكراري التالي لتنظِّم البيانات:

الدرجة	التكرار
٢٠–٠	
٤٠–٣٠	
٥٠–٤٠	
٦٠–٥٠	
٧٠–٦٠	
٨٠–٧٠	
١٠٠–٨٠	

ب كم طالبًا درجته ٧٠ على الأقلّ؟ _____

ج كم طالبًا درجته أقلّ من ٤٠؟ _____

د كم طالبًا جاءت درجته ٤٠ أو أكثر ولكن أقل من ٦٠؟ _____

هـ تبدو الفئتان الأولى والأخيرة في الجدول أكبر من غيرهما. لماذا حدث ذلك، في رأيك؟

_____

تمارين ٢-٢-ج

١) رصدت كاميرا إحدى نقاط المرور عدد السيّارات التي تجتاز أحد التقاطُعات كل ساعة، (على مدى ٢٤ ساعة)، وتمّ تسجيل البيانات التالية:

١	٥	٧	١٢	١٦	٢٣	٣١	٣١
٥١	٣٥	٣١	٣٣	٢٩	٢٤	٤٣	٤٨
٤١	٣٩	٣٧	٢٠	١٩	١٨	١٢	٢

أ أنشئ مخطّط الساق والورقة لعرض البيانات.

ب ما أكبر عدد من السيّارات التي اجتازت التقاطُع خلال ساعة واحدة؟ _____

٢) فيما يلي النسبة المئوية لدرجات ٥٠ طالبًا في أحد الاختبارات:

٧٠	٥٧	٥٩	٦٧	٨٢	٥٥	٤٠	٦٠	٢٦	٥٤
٥٨	٤٢	٦٣	٥٥	٤٨	٤٦	٥٦	٦٣	٤٤	٦٧
٥٣	٥٤	٥٤	٤٩	٦١	٦٣	٦٥	٧٦	٥٤	٤٥
٧٨	٥٩	٥٥	٥١	٥٧	٣٨	٥٧	٦٩	٥٦	٦٧
٩١	٨٠	٨٨	٧٣	٧١	٦٩	٧٨	٥٥	٥٢	٦٥

أنشئ مُخطّط الساق والورقة المُرتَّب لعرض البيانات. ما إيجابيّات هذا المُخطّط مقارنة بالجدول التكراري الوارد في تمارين ٢-٢-ب السؤال رقم ٢؟

تمارين ٢-٢-د

١) أُجريت دراسة مسحية لمعرفة المشروبات المُفضّلة لدى مجموعة من الأشخاص، وتظهر النتائج في الجدول التكراري المُزدوج التالي:

	عصير الفواكه	القهوة	الشاي
الشباب	٢٥	٧	١٥
المسنّون	٣	٤٥	٢

أ) كم شابًّا يفضّلون الشاي؟ _____

ب) كم مُسنًّا تمّ استطلاعه في الدراسة؟ _____

ج) كم عدد الأشخاص الذين يعتبرون أن عصير الفواكه هو المُفضّل لديهم؟ _____

د) هل عدد المُسنّين الذي شملتهم الدراسة أكبر أم أصغر من عدد الشباب؟ _____

هـ) ما الشراب المفضّل بين الأشخاص الذين تمّ استطلاع أرائهم؟ _____

و) ما النسبة المئوية لعدد المُسنّين الذين يفضّلون عصير الفواكه؟

_____

تمارين ٢-٢-هـ

١) فيما يلي جزء من الجدول الذي استخدمته في تمارين ٢-١-أ:

الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الجنس	أنثى	أنثى	ذكر	ذكر	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	أنثى	ذكر
لون العيون	بُنّي	أسود	أسود	بُنّي	بُنّي	بُنّي	بُنّي	أسود	عسلي	بُنّي
لون الشعر	أسود	أسود	أشقر	بُنّي	بُنّي	بُنّي	أسود	أسود	أسود	أسود
عدد الإخوة والأخوات	٠	٣	٤	٢	١	٢	٣	١	٠	٣

أ أكمل الجدول التكراري المُزدوج التالي مُستخدمًا البيانات المعروضة في الجدول أعلاه:

	بُنّي	عسلي	أسود
ذكر			
أنثى			

ب أنشئ جَدْوَلَي تكرار مُشابهَين للجدول في الجزئية أ لتبيّن لون الشعر وعدد الإخوة والأخوات بحسب الجنس، ثم اكمل الجدولين.

ج اكتب جملة تُلخّص ما وجدته في كل جدول.

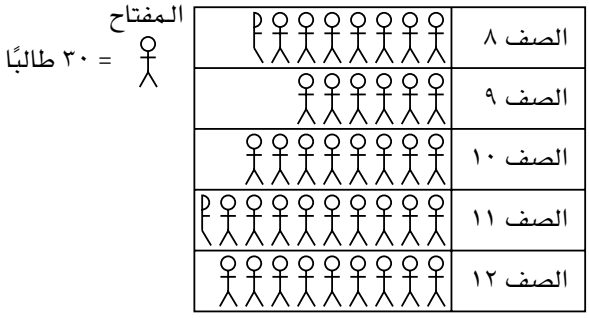
٢-٣ استخدام الجداول لعرض البيانات

- تُساعد التمثيلات البيانية على توضيح وقراءة الأنماط والاتّجاهات في البيانات بطريقة أسهل من الجداول.
- تُستخدم الرموز في التمثيل بالمُصوّرات لعرض تكرارات البيانات في الفئات المختلفة، وهي مفيدة في البيانات المُنفصلة والنوعية.
- تفيد الأعمدة البيانية في البيانات النوعيّة والبيانات المُنفصلة، يكون للأعمدة البيانية العرض نفسه والمسافات الفاصلة نفسها.
- يتمّ رسم الأعمدة البيانية بطريقة أفقية أو رأسية، ويمكن عرض مجموعتَي بيانات أو أكثر على مجموعة الرسم نفسها.
- المُخطّطات الدائرية هي تمثيلات تُستخدم فيها القطاعات الدائرية لعرض البيانات في كل قطاع.
- يجب وضع عنوان ومقاييس واضحة ومحاور (وأحيانًا مفاتيح) لكل تمثيل.

تمارين ٢-٣-أ

١) انظر إلى المُخطّط المجاور، وأجب عن الأسئلة التالية:

عدد الطلاب في كل صف



أ ما نوع هذا التمثيل؟ _____

ب ماذا يعرض التمثيل؟

_____

ج ماذا يُمثّل كل رمز مكتمل؟ _____

د كيف تمثَّل الـ ١٥ طالبًا؟ _____

هـ ما عدد طلاب الصف ٨؟ _____

و أي صف فيه أكبر عدد من الطلاب؟ وكم عددهم؟

_____

ز هل ترى أنّ هذه الرموز دقيقة أم مُقرّبة؟ برِّر إجابتك.

_____

_____

٢) أجرت هناء دراسة مسحية لمعرفة الزمن الذي يقضيه كل من زملائها على المنصّات التعليمية خلال اليوم. يبيّن الجدول التالي النتائج التي توصّلت إليها هناء:

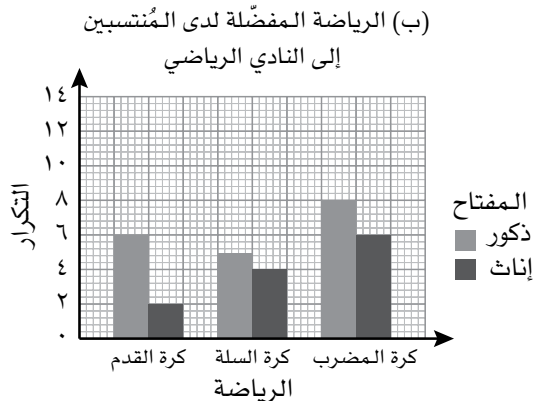
الشخص	أحلام	ليلى	سامية	سناء
الزمن (ساعات)	$٢\frac{١}{٢}$	$١\frac{١}{٣}$	$٤\frac{٣}{٤}$	$٢\frac{١}{٤}$

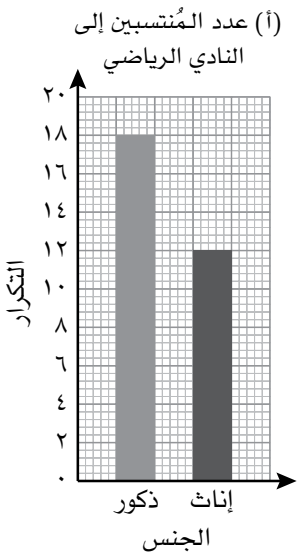
أنشئ التمثيل بالمُصوّرات لعرض البيانات.

مُساعَدة
اختر رموزًا يسهل رسمها وتقسيمها إلى أجزاء. إذا لم تُعطَ الرموز، اختر مقياسًا مناسبًا للرموز حتى تتحاشى رسم الكثير من الرسومات.

تمارين ٢-٣-ب

١) انظر إلى التمثيلَين بالأعمدة البيانية التاليَين:





مُساعَدة
تعرض الأعمدة البيانية المُزدوجة مجموعتَي بيانات أو أكثر على نفس التمثيل البياني. يجب ذكر المفتاح لعرض المجموعة التي يُمثّلها كل عمود.

أ ماذا يعرض التمثيل (أ)؟

_____

ب ما عدد الذكور الذين انتسبوا إلى النادي؟

_____

ج ماعدد المنتسبين إلى النادي؟

_____

د ماذا يعرض التمثيل (ب)؟

_____

هـ ما الرياضة المفضّلة لدى الذكور؟

_____

و ما الرياضة المفضّلة لدى الإناث؟

_____

ز كم منتسبًا اختاروا كرة السلة كرياضة مُفضّلة؟

_____

٢) يبيّن الجدول التالي الفطور المفضّل لدى مجموعة من زوّار أحد الفنادق:

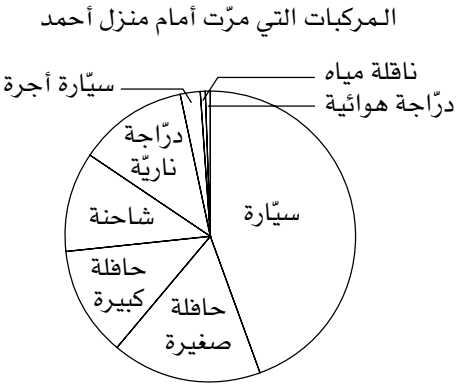
	بَيض	جبن	فول
ذكور	٨	١٦	١٢
إناث	٢	١٢	١٠

أ أنشئ تمثيلاً بالأعمدة البيانية لعرض اختيار البَيض مُقابل الفول.

ب أنشئ تمثيلاً بالأعمدة البيانية المُزدوجة لعرض الفطور المفضّل لدى نُزلاء الفندق الذكور والإناث.

تمارين ٢-٣-ج

١) سجّل أحمد عدد ونوع ١٨٠ مركبة مرّت أمام منزله. ورسم المُخطّط الدائري التالي لعرض النتائج:



مُساعَدة

لتجد النسبة المئوية التي يمثّلها قياس الزوايا في المُخطّط الدائري، استخدم الصيغة $\frac{\text{ن}}{٣٦٠} \times ١٠٠$، حيث ن قياس الزاوية بالدرجات.

أ) أي نوع من المركبات كان الأكثر مرورًا أمام منزل أحمد؟ _____

ب) ما النسبة المئوية للحافلات الصغيرة من كل المركبات؟

_____

_____

_____

ج) كم شاحنة مرّت أمام منزل أحمد؟

_____

_____

د) أي نوع من المركبات كان الأقل مرورًا أمام منزل أحمد؟ _____

٢) توضّح النسب التالية نتائج ١٢٠ طالبًا في اختبار دولي: ٥٪ حصلوا على التقدير (أ)، ١٢٪ حصلوا على التقدير (ب)، ٤١٪ حصلوا على التقدير (ج)، ٢٥٪ حصلوا على التقدير (د)، وحصل باقي الطلبة على التقدير (هـ) وما دون.

أ) مثّل البيانات في مُخطّط دائري.

ب كم طالبًا حصلوا على التقدير (أ)؟

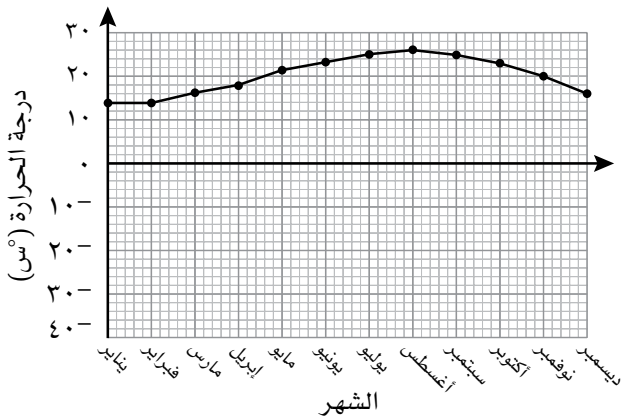
ج كم طالبًا حصلوا على التقدير (د) وما دون؟

د ما التقدير الذي حصل عليه أكبر عدد من الطلبة؟

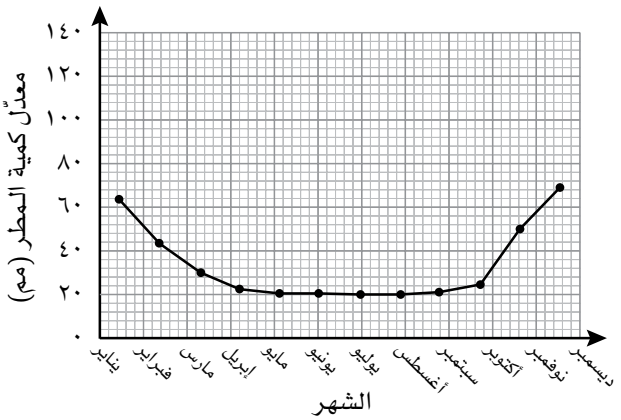
تمارين ٢-٣-د

١) يبيّن التمثيلان البيانيان التاليان درجات الحرارة الشهريّة ومتوسِّط هطول الأمطار الشهري في إحدى المدن المصريّة:

معدّل درجات الحرارة الشهريّة



معدّل كمية الأمطار الشهري



أ ما أعلى درجة حرارة تم تسجيلها؟

ب في أيّ أشهُر كانت درجة الحرارة أعلى من ٢٠ °س؟

ج هل تقع هذه المدينة في النصف الشمالي أم النصف الجنوبي للكرة الأرضية؟ ولماذا؟

د هل انخفضت درجات الحرارة إلى ما دون نقطة التجمُّد؟

هـ ما معدّل كمّية الأمطار خلال شهر نوفمبر؟

و في أي شهر كان معدّل كمّية الأمطار ٢٢ مم؟

ز بالنظر إلى التمثيل البياني لكلّ من درجات الحرارة ومعدّل كمّية هطول الأمطار، ماذا تُلاحِظ على معدّل كمية الأمطار عندما تكون درجات الحرارة مرتفعة؟

تمارين مُتنوِّعة

١) جمعت فاطمة بيانات عن عدد الأطفال في الأُسَر التي تسكن في منطقتها، وسجّلت التالي:

٠	٣	٤	٣	٣	٢	٢	٢	١	١	١
٣	٣	٤	٣	٦	٢	٢	٢	٠	٠	٢	١
٥	٤	٣	٢	٤	٣	٣	٣	٢	١	١	٠
٣	١	١	١	١	٠	٠	٠	٢	٤	٥	٣

أ كيف جمعت فاطمة البيانات؟

ب هل هذه البيانات مُتّصلة أم مُنفصلة؟ لماذا؟

ج هل هذه البيانات نوعية أم كمّية؟ لماذا؟

د أنشئ جدولًا تكراريًّا مع علامات العد لتنظيم البيانات السابقة.

هـ مثِّل البيانات السابقة في مُخطّط دائري.

و أنشئ تمثيلاً بالأعمدة البيانية لتُقارن بين عدد الأُسَر التي أنجبت ثلاثة أطفال أو أقلّ، مع الأُسَر التي أنجبت أربعة أطفال أو أكثر.

٢) يبيّن الجدول التالي أطوال عدد من زوار إحدى الحدائق مُقرَّبة إلى أقرب سنتيمتر:

ذكور					إناث				
١٨٣	١٥٩	١٦٦	١٦٥	١٨٤	١٤٥	١٦١	١٧١	١٦٢	١٥٤
١٦٧	١٧٨	١٧٥	١٧٨	١٧٥	١٦٤	١٥٧	١٨٠	١٦٦	١٤٧
١٨٥	١٧٤	١٨٧	١٧٦	١٦٦	١٥٩	١٦٤	١٦٣	١٦٢	١٧١

أ ارسم مُخطّط الساق والورقة المُزدوج لتنظّم البيانات.

ب كم زائرًا للحديقة يزيد طوله عن ١٧٠ سم؟ _____

ج ماذا تستنتج من التمثيل البياني للطول في كل مجموعة؟

_____

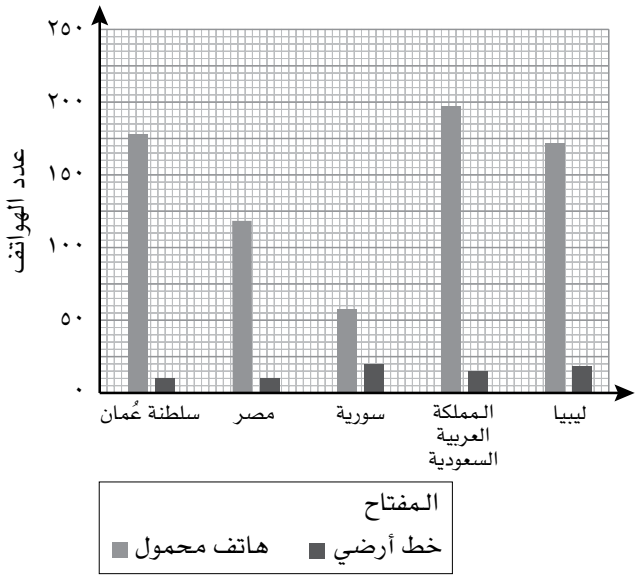
_____

_____

٣) تخبز سلمى قطع الحلوى وتبيعها. باعت في أحد الأسابيع ٤٢٠ قطعة حلوى بالفستق، و٤٨٨ قطعة حلوى بالشوكولاتة، و٣٢٠ قطعة حلوى بالجوز. أنشئ تمثيلاً بالمُصوّرات لتعرض البيانات.

٤) انظر الى التمثيل البياني المجاور:

عدد الهواتف المحمولة والخطوط الأرضيّة لدى ١٠٠ شخص



أ ما اسم هذا النوع من التمثيل؟

_____

ب ماذا يعرض التمثيل البياني؟

_____

ج هل يمكنك معرفة عدد الأشخاص الذين يملكون هواتف محمولة في كل بلد، بالاستناد إلى التمثيل البياني؟ اذكر السبب.

_____

_____

_____

د كيف تفسِّر وجود ١٧٨ هاتفًا محمولاً مقابل ١٠٠ شخص في سلطنة عمان؟

_____

_____

هـ أي البلدان لديها عدد هواتف محمولة (من بين ١٠٠ شخص) أقل من عدد الهواتف المحمولة في سلطنة عُمان؟

_____

_____

و تم الحصول على هذه البيانات في عام ٢٠١٢م. في رأيك، كيف سيبدو التمثيل البياني لبيانات حديثة تمّ جمعها في العام الحالي؟

_____

_____

٥) اشترت آمنة سيّارة جديدة في عام ٢٠١٧م؛ يبيّن الجدول التالي قيمة السيارة خلال الأعوام اللاحقة:

العام	قيمة السيارة (بالريال العماني)
٢٠١٧م	١٣٩٠٠
٢٠١٨م	٧٠٠٠
٢٠١٩م	٥٧٠٠
٢٠٢٠م	٤٧٠٠
٢٠٢١م	٤٠٠٠

سابقًا

لكي تحسب "النسبة المئوية للاستهلاك"، في الجزئيّة (ب)، أوجد قيمة النقصان في سعر السيارة خلال العام المطلوب، ثم احسب ذلك في صورة نسبة مئوية من القيمة الأصلية.

أ) أنشئ التمثيل البياني بالخطوط لتُمثّل البيانات في الجدول أعلاه.

ب) ما النسبة المئوية للاستهلاك بعد أوّل عام من امتلاك آمنة للسيارة؟

ج) استخدم التمثيل البياني لتُقدّر سعر السيارة في عام ٢٠٢٢م.

الوحدة الثالثة: المُعالجة الجبريّة

٣-١ الكسور الجبرية

- تُستخدم في الكسور الجبريّة التقنيات نفسها المُستخدمة في الكسور العدديّة.
- تُبسَّط الكسور الجبريّة بقسمة البسط والمقام على العامل المُشترَك الأكبر (ع م ك).
- تُبسّط الكسور الجبريّة أيضًا بتحليل البسط والمقام إلى عوامل قدر الإمكان، ثم التبسيط.

تمارين ٣-١-أ

١) بسِّط كلًّا من الكسور الجبريّة التالية:

مُساعَدة
حاول أوّلاً البحث عن العوامل المُشترَكة.

أ) $\frac{٢س}{١٤}$

ب) $\frac{٣س}{س}$

ج) $\frac{س}{٧س}$

د) $\frac{١٢س}{٣٠}$

هـ) $\frac{١٦ع}{٦}$

و) $\frac{٣٤س}{١٧س ص}$

ز) $\frac{١٢س^{٢}}{١٨س ص}$

ح) $\frac{٥أ}{٢٥أ^{٢}ب}$

ط) $\frac{٢٤أب^{٢}}{٣٦أ^{٢}ب}$

٢) بسِّط كلًّا من الكسور الجبريّة التالية:

أ) $\frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٢} - ٢س}$

ب) $\frac{أ^{٢} - ب^{٢}}{أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}}$

ج) $\frac{٢س^{٢} - س ص - ص^{٢}}{س^{٢} - س ص}$

د) $\frac{٣س^{٢} + ١٠س + ٣}{س^{٢} - ٢س - ١٥}$

هـ) $\frac{أ^{٢} - ٥أ - ١٤}{أ^{٢} - ٧أ}$

و) $\frac{أ^{٢} - ب^{٢}}{أ^{٢} + أب - ٢ب^{٢}}$

ز) $\frac{٢س^{٢} + ٧س - ١٥}{٢س^{٢} + س - ٦}$

ح) $\frac{س^{٤} - ٢س^{٢} - ٣}{س^{٢} + ١}$

ط) $\frac{٣٥س^{٢} + ٤٩س}{١٥س^{٢} + ٢١س}$

تمارين ٣-١-ب

١) اكتب كلًّا من الكسور الجبريّة التالية في أبسط صورة:

أ) $\frac{٨س}{١٥} \times \frac{٥س}{١٦}$

ب) $\frac{٣ص}{٤} \times \frac{٢ص}{٩}$

ج) $\frac{٥}{أ} \times \frac{٧}{أ}$

د) $\frac{٧س^{٢}}{٥ص} \div \frac{١٤س}{٢٥ص^{٢}}$

هـ) $\frac{أ}{ب} \div \left(\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{أ}\right)$

و) $\frac{١٤أ^{٢}}{٣ب^{٢}} \times \frac{ب^{٤} - ب^{٢}}{٢أ} \div \frac{٢أ}{٣}$

مُساعَدة

القسمة على كسر تُكافئ الضرب في مقلوبه.

ز $\frac{٤أ^{٢}}{٧ب} \times \frac{ب^{٢}}{٨أ} \div \frac{٣أب}{١}$

ح $\frac{س^{٢} - ٦س + ٨}{٣س + ٩} \times \frac{س + ٣}{٢ - س}$

ط $\frac{٤ - ٩س^{٢}}{٦س^{٢} - س - ٢}$

تمارين ٣-١-ج

١) بسِّط كلًّا من الكسور الجبريّة التالية:

أ $\frac{٣}{س} + \frac{٢}{ص}$

ب $\frac{٣}{٢} - \frac{٤ - د}{٨د} + \frac{٣}{٤د}$

ج $\frac{٣}{٢د} + \frac{٧}{٥د}$

د $\frac{٥}{د + ١} + \frac{٤}{٢د + ٢}$

هـ $\frac{٣}{س + ٢} + \frac{٢}{س + ١}$

و $\frac{٢م}{٣} - \frac{٣(م - ٢)}{٢}$

ز $\frac{٥}{س^{٢} - س - ٦} - \frac{٤}{س^{٢} + س - ٢}$

ح $\frac{٢}{س^{٢} - ٣س} - \frac{٣}{س^{٢} + ٤س}$

ط $\frac{١}{٢س^{٢} - س - ٣} - \frac{٢}{س^{٢} - ١}$

مُساعَدة

تؤثِّر الإشارة السالبة أمام الكسر على كل الحدود المكتوبة في البسط.

تمارين مُتنوِّعة

١) بسِّط كلًّا من الكسور الجبريّة التالية:

أ) $\frac{س^{٢} - ص^{٢}}{(س + ص)^{٢}}$

ب) $\frac{١٦ - ٤س^{٢}}{٤س + ٨}$

ج) $\frac{١}{٢د^{٢}} + \frac{١}{٥د}$

د) $\frac{٧س^{٢}}{٥ص} \times \frac{١٥ص^{٢}}{١٤س}$

هـ) $\frac{س}{٢ص} \div \left(\frac{٢س}{ص ع^{٢}} \times \frac{ع}{س ص^{٣}} \right)$

و) $\frac{٣أ}{٢} - \frac{٥ - أ}{أ٣} - \frac{أ}{أ٥}$

ز) $\frac{٤}{س^{٢} + ٢س - ٨} \div \frac{٤}{س^{٢} - س - ٢} - \frac{٢}{س^{٢} + ٤س}$

ح) $\frac{٣س}{٦س^{٢} - ٣س}$

ط) $\frac{١}{٢س^{٢} + ١١س + ٥} - \frac{١}{٢س^{٢} - س - ١}$

الوحدة الرابعة: الدوائر

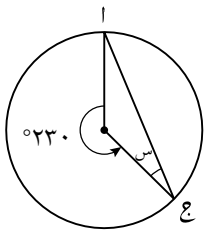
٤-١ خصائص التماثُل في الدائرة

- تتماثل الدائرة حول أي قطر فيها (تماثُل حول محور) ولها تماثُل دوراني حول مركزها.
- يمكن استخدام النظريات التالية لحل مسائل مُرتبِطة بالدوائر:
  - يمرّ المُنصِّف العمودي للوتر بمركز الدائرة.
  - تبعد الأوتار المتساوية مسافات متساوية عن مركز الدائرة.
  - يتساوى طولا المماسَّين الخارجَين من نقطة خارج الدائرة إلى الدائرة نفسها.

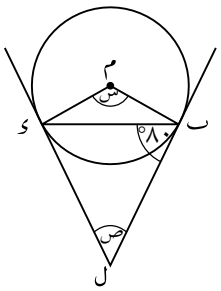
تمارين ٤-١-أ

١) أوجد قياس كل زاوية من الزوايا المُشار إليها بحرف في كلّ مما يلي:

أ



ب

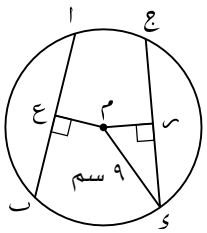


مُساعَدة

يجب أن تتعلّم نظريات الدائرة. اذكر النظرية التي ستستخدمها خلال حل المسألة.

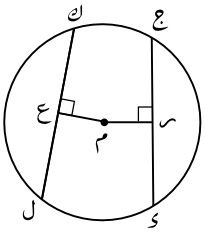
٢) إذا كان $\overline{\text{اب}}$ ، $\overline{\text{ج ء}}$ في الرسم المجاور وترَين متطابقَين، اب = ١٢,٥ سم، وكانت ع تنصّف $\overline{\text{اب}}$، وكانت ر تنصّف $\overline{\text{ج ء}}$،

أوجد طول القطعة المستقيمة م ع مُقرّبًا الناتج إلى أقرب عدد مُكوّن من رقمَين معنويَّين.



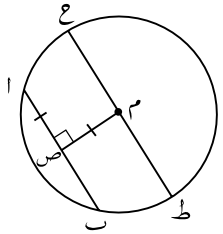
٣) أ إذا كان $\overline{\text{ك ل}}$ ، $\overline{\text{ج ء}}$ في الدائرة المقابلة وترَين متساويَين وكان طول ك ل = ١٢ سم، وكانت ع تنصّف $\overline{\text{ك ل}}$، و ر تنصّف $\overline{\text{ج ء}}$. م ع = ٥ سم،

أوجد طول قطر الدائرة، ثم احسب محيطها مُقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَن.



ب في الشكل المقابل دائرة مركزها م. إذا كان طول الوتر $\overline{\text{اب}}$ في الدائرة ٤٠ مم،

أوجد طول قطرها، ثم احسب محيطها مُقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَن.



٤-٢ العلاقات بين الزوايا في الدائرة

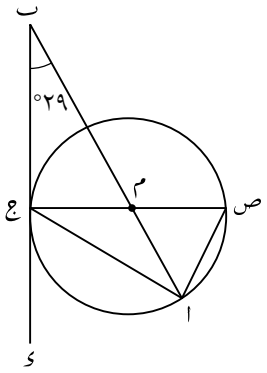
- عندما يتمّ رسم مُثلّث داخل دائرة، ويكون أحد أضلاعه قطرًا في الدائرة، والرأس المقابل للقطر يقع على محيط الدائرة، تكون زاوية الرأس المقابلة للقطر قائمة وقياسها ٩٠°.
- قياس الزاوية المحصورة بين مماسّ الدائرة ونصف قطرها يساوي ٩٠°.
- قياس الزاوية المركزية في الدائرة يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطية المقابلة للقوس نفسه.
- الزوايا المحيطية التي تقابل نفس الوتر متساوية في القياس.
- مجموع قياسَي الزاويتَين المتقابلتَين في الشكل الرباعي الدائري يساوي ١٨٠°.
- قياس الزاوية الخارجية في الشكل الرباعي الدائري يساوي قياس الزاوية الداخلية المقابلة لمجاورتها.
- قياس الزاوية المحصورة بين المماسّ والوتر يساوي قياس الزاوية المحيطية المرسومة في القطعة المُتبادَلة.

مُساعَدة

إذا تعلّمت نظريات الدائرة بشكل سليم، يجب أن تكون قادرًا على حلّ معظم المسائل المُتعلّقة بالدوائر.

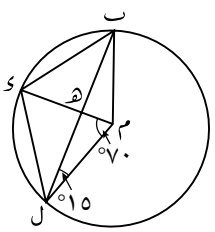
تمارين ٤-٢-أ

١) في الشكل المقابل م مركز الدائرة، $\overline{ب ء}$ مماس للدائرة في ج، ب ا مستقيم يمر بالمركز م، ق(ج $\hat{ب}$ م) = ٢٩°. أوجد ق(ء $\hat{ج}$ ا)



تمارين ٤-٢-ب

١) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، ق(ب ل$\hat{م}$) = ١٥°،
ق(د م$\hat{ل}$) = ٧٠°. أوجد قياس كل زاوية من الزوايا التالية. برهن إجابتك.



أ ل$\hat{ب}$م

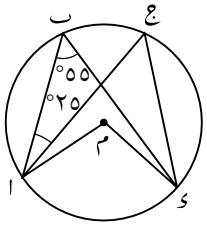
ب ل$\hat{م}$ب

ج ء$\hat{ل}$ب

د ل$\hat{ء}$ب

لحل مسائل الدائرة، قد تحتاج إلى العلاقات بين الزوايا في المُثلّثات والأشكال الرباعية والخطوط المستقيمة المتوازية.

٢) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، أوجد قياس كل زاوية من الزوايا التالية:

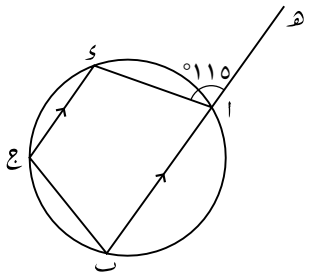


أ ا$\hat{ج}$ء

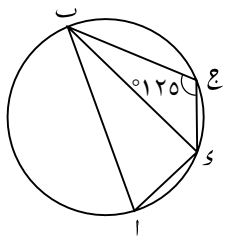
ب ا$\hat{م}$ء

ج ب$\hat{ء}$ج

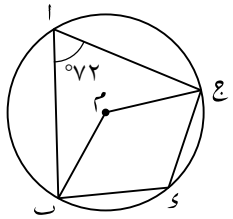
٣) أوجد قياس كل زاوية من زوايا الشكل الرباعي الدائري المجاور.



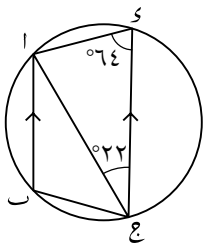
٤) إذا كان $\overline{\text{اب}}$ أحد أقطار الدائرة في الرسم المجاور، أوجد $\text{ق}(\angle \text{اجد})$



٥) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، $\text{ق}(\angle \text{باج}) = ٧٢°$، أوجد $\text{ق}(\angle \text{بمج})$



٦) إذا كان $\overline{أب} \parallel \overline{جء}$ في الرسم المجاور، وكان $ق(ا\hat{ء}ج) = ٦٤°$، وكان $ق(ء\hat{ج}ا) = ٢٢°$، أوجد قياس كل زاوية من الزوايا التالية.



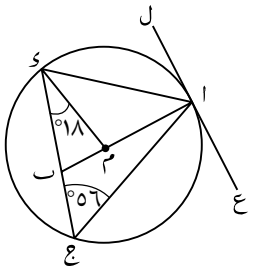
أ $ب\hat{أ}ج$

ب $ا\hat{ب}ج$

ج $ا\hat{ج}ب$

تمارين ٤-٢-ج

١) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، $\overline{ل ع}$ مماس للدائرة في ا،
و$ق(ب\hat{ء}م) = ١٨°$، و$ق(ء\hat{ج}ا) = ٥٦°$، أوجد قياس كل زاوية من الزوايا التالية.

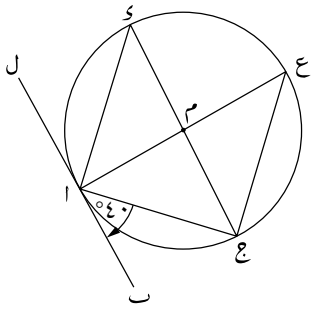


أ $ء\hat{أ}ل$

ب $ء\hat{م}ب$

ج $ج\hat{أ}ع$

٢) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، $\overline{\text{لب}}$ مماس للدائرة في ا،
و$ق(\text{ب}\hat{\text{ا}}\text{ج}) = ٤٠°$، أوجد قياس كل من الزوايا التالية.
برهن إجابتك.



أ $\text{ا}\hat{\text{ك}}\text{ج}$

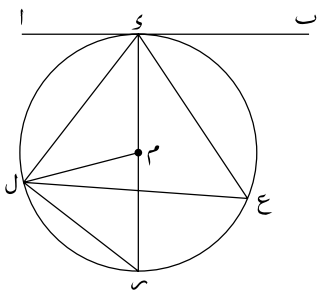
ب $\text{ا}\hat{\text{ع}}\text{ج}$

ج $\text{ك}\hat{\text{ج}}\text{ا}$

تمارين مُتنوِّعة

١) في الشكل المقابل دائرة مركزها م، $\overline{\text{اب}}$ مماس للدائرة في ى، و ى، ع، ر، ل أربع نقاط على محيطها،

حدّد ما إذا كانت كل عبارة من العبارات التالية صحيحة أم خطأ:



أ $ق(\text{ا}\hat{\text{ى}}\text{ل}) = ق(\text{و}\hat{\text{ع}}\text{ل})$ _____

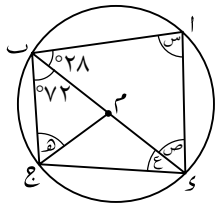
ب $ق(\text{و}\hat{\text{ر}}\text{ل}) = \frac{١}{٢} ق(\text{و}\hat{\text{م}}\text{ل})$ _____

ج $ق(\text{ر}\hat{\text{م}}\text{ل}) = ٢ \times ق(\text{ر}\hat{\text{ى}}\text{ل})$ _____

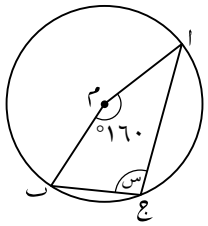
د $ق(\text{ل}\hat{\text{ى}}\text{ا}) = ق(\text{و}\hat{\text{ر}}\text{ل})$ _____

٢) إذا كانت م مركز الدائرة في كل شكل من الأشكال التالية، أوجد قياس كل زاوية من الزوايا المُشار إليها بحرف. برهن إجابتك.

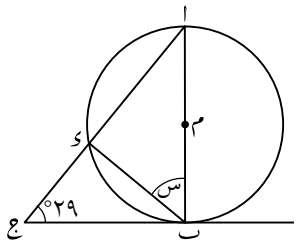
أ



ب



ج



_____ _____ _____

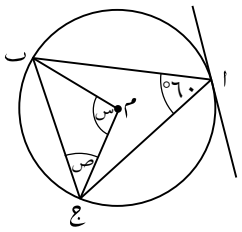
_____ _____ _____

_____ _____ _____

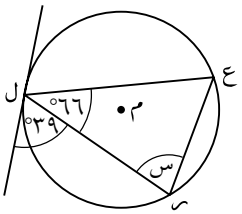
_____ _____ _____

_____ _____ _____

د

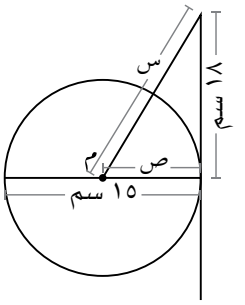


هـ

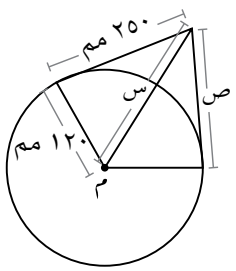


٣) إذا كانت م مركز الدائرة في كل من الشكلَين التاليَين، أوجد قيمة س ، ص في كل حالة:

أ



ب



الوحدة الخامسة: المقاييس الإحصائية والانتشار

٥-١ المقاييس الإحصائية

٥-١-أ الأنواع المختلفة من المقاييس الإحصائية

- يمكن تلخيص البيانات الإحصائية باستخدام المقاييس الإحصائية.
- يوجد ثلاثة أنواع من المقاييس الإحصائية، هي: الوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
- المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة.
- الوسط الحسابي هو ناتج قسمة مجموع كل القيَم على عدد القيَم في مجموعة البيانات. قد لا يكون الوسط الحسابي قيمة من قيَم البيانات.

– يتأثَّر الوسط الحسابي بالقيَم المُتطرِّفة في مجموعة البيانات، وتُعرَف القيمة المُتطرِّفة بأنّها القيمة التي تكون أصغر بكثير أو أكبر بكثير من باقي القيَم في مجموعة البيانات. تؤثِّر القيَم المُتطرِّفة في الوسط الحسابي وتجعله أقلّ تمثيلاً لمجموعة البيانات.

- الوسيط هو القيمة التي تتوسّط قيَم مجموعة البيانات بعد ترتيبها ترتيبًا تصاعديًّا أو تنازليًّا.

– عندما يكون عدد القيَم في مجموعة البيانات زوجيًّا، يكون الوسيط هو الوسط الحسابي لزوج القيَم الموجودة في وسط البيانات.

- المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا في قيَم مجموعة البيانات.

– عندما تكون في مجموعة البيانات قيمتان هما الأكثر تكرارًا، يُقال إنّ مجموعة البيانات ثنائية المنوال، وعندما يتساوى تكرار كل القيَم، نقول إنّ هذه البيانات ليس لها منوال.

تمارين ٥-١-أ

١) أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لكل مجموعة من مجموعات البيانات التالية:

أ ٥ ٩ ٦ ٤ ٧ ٦ ٦

ب ٢٣ ٣٨ ١٥ ٢٧ ١٨ ٣٨ ٢١ ٤٠ ٢٧

ج ١٢ ١٣ ١٤ ١٢ ١٢ ١٣ ١٥ ١٦ ١٤ ١٣ ١٢ ١١

د ٤ ٤ ٤ ٥ ٥ ٥ ٦ ٦ ٦

هـ ٤ ٤ ٤ ٤ ٥ ٥ ٦ ٦ ٦

و ٤ ٤ ٥ ٥ ٥ ٦ ٦ ٦ ٦

٢) في اختبار للرياضيات (من ٢٠ درجة)، سجّل خمسة طلاب وسطًا حسابيًّا مقداره ١٤,٨

أ أي مجموعة من البيانات التالية تُناسِب هذا الوسط الحسابي؟

(١) ١٤ ١٦ ١٧ ١٥ ١٧ (٢) ١٢ ١٣ ١٢ ١٩ ١٩

(٣) ١٢ ١٩ ١٢ ١٨ ١٣ (٤) ١٣ ١٧ ١٥ ١٦ ١٧

(٥) ١٩ ١٩ ١٢ ٠ ١٩ (٦) ١٥ ١٥ ١٥ ١٥ ١٤

مُساعَدة

تحصل على الناتج الإجمالي لمجموع القيَم عندما تضرب الوسط الحسابي في عدد القيَم. يساعدك ذلك على حل المسائل كالتمرين (٢).

ب قارن بين مجموعات الأعداد التي حصلت عليها في إجابتك عن الجزئية (أ)، ثم وضِّح كيف تحصُل على نفس الوسط الحسابي من مجموعات مختلفة من البيانات.

٣) إذا كان الوسط الحسابي لخمسة عشر عددًا يساوي ١٧، فما مجموع هذه الأعداد؟

٤) إذا كان مجموع ٢١ عددًا يساوي ٣١٢,٨، فأيّ من الأعداد التالية هو الأقرب إلى الوسط الحسابي لـ ٢١ عددًا: ١٤، ١٥، ١٦، ١٧؟

٥) يريد أحد المهندسين الزراعيين معرفة المزرعة التي تنتج أبقارها حليبًا أفضل. فإذا كانت أبقار المزرعة (أ) تنتج ٢٤٩٠ لترًا من الحليب يوميًّا، وتنتج أبقار المزرعة (ب) ١٨٩٠ لترًا من الحليب يوميًّا، ولكن لا تتوفَّر معلومات كافية لاتّخاذ القرار في المزرعة التي تنتج أبقارها حليبًا أفضل، فما المعلومات الأخرى التي سيحتاج المهندس الزراعي إليها ليقارن بها أفضلية الإنتاج – من الحليب – بين المزرعتَين؟

٦) يتضمّن الصف العاشر ستّ طلاب لديهم ٤ إخوة، وسبع طلاب لديهم ٥ إخوة، وثمانية طلاب لديهم ٣ إخوة، وتسعة طلاب لديهم أخَوان اثنان، وعشرة طلاب لديهم أخ واحد.

مُساعَدة
قد يكون من المفيد رسم جدول تكراري لحلّ المسائل المُشابِهة.

أ) ما الوسط الحسابي لعدد إخوة الطلاب الموجودين في الصف؟

ب) ما المنوال لعدد الإخوة؟

٧) صرّح مدير أحد المصانع بأن موظّفيه سيحصلون على زيادة في الراتب تتراوح بين ٦ ريالات عُمانيّة و٦٠ ريالًا عُمانيًّا. ويُبيّن الجدول التالي الرواتب قبل الزيادة والرواتب الجديدة بعد الزيادة لموظّفي المصنع:

	الراتب قبل الزيادة (بالريال العماني)	الراتب بعد الزيادة (بالريال العماني)
أربعة موظفين من الفئة (أ)	١٨٠	٢٤٠
موظّفان من الفئة (ب)	١٧٠	٢٠٠
ستّة موظّفين من الفئة (ج)	١٦٠	١٧٠
ثمانية موظّفين من الفئة (د)	١٥٠	١٥٦

أ) أحسب الوسط الحسابي للزيادة في رواتب كل الموظّفين.

ب احسب المنوال للزيادة في رواتب كل الموظّفين. _____

ج احسب الوسيط للزيادة في رواتب كل الموظّفين. _____

د ما عدد الموظّفين الذين حصلوا على زيادة تقع بين ٢٠ ريالاً عُمانيًّا و٤٠ ريالاً عُمانيًّا؟ _____

هـ هل كان تصريح المدير صحيحًا؟ فسِّر إجابتك.

_____

_____

٥-١-ب إجراء مقارنات باستخدام المقاييس الإحصائية

- يمكنك استخدام المقاييس الإحصائية للمقارنة بين مجموعتَي بيانات أو أكثر، ولكن قد تكون تلك المقاييس مُضلِّلة. لذا من المفيد العمل بمقاييس إحصائية أخرى إضافة إليها.
- المدى هو أحد مقاييس الانتشار ويُستخدَم لقياس انتشار البيانات. المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة
- كلما كانت قيمة المدى كبيرة، دلّت على أن البيانات مُنتشِرة بشكل واسع، وبالتالي فإن المقاييس الإحصائية لن تكون مُمثِّلة لمجموعة البيانات.

تمارين ٥-١-ب

١ أوجد لكلّ مجموعة من مجموعات البيانات التالية، المقياس الإحصائي الذي لا يُمثِّل قيَم المجموعة:

مُساعَدة
عندما يتأثَّر الوسط الحسابي بالقيَم المُتطرّفة، يُفضّل استخدام الوسيط لتمثيل البيانات.

أ ٦ ٢ ٥ ١ ٥ ٧ ٢ ٣ ٨

_____

ب ٢ ٠ ١ ٣ ١ ٦ ٢ ٩ ١٠ ٣ ٢ ٢ ٠

_____

ج ٢١ ٢٩ ٣٠ ١٤ ٥ ١٦ ٣ ٢٤ ١٧

_____

٢ تبيّن البيانات التالية درجات ٢٠ طالبًا في في أحد الاختبارات (من ٢٠ درجة):

مُساعَدة
يدلّك المنوال على القيمة الأكثر تكرارًا فقط، أي ليس من الضروري أن يُمثِّل كل مجموعة البيانات.

١٧ ١٨ ١٧ ١٤ ٨ ٣ ١٥ ١٨ ٣ ١٥

٠ ١٧ ١٦ ١٧ ١٤ ٧ ١٨ ١٩ ٥ ١٥

أ احسب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لدرجات الطلبة.

_____

_____

_____

ب لماذا يُعدّ الوسيط أفضل مقياس إحصائي لهذه المجموعة من البيانات؟

_____

_____

٣) يبيّن الجدول التالي الزمن (بالدقائق والثواني) الذي حقّقه عدّاءان في ركض مسافة ٨٠٠ م، خلال موسم كامل:

سعيد	٢ دقيقة ٢,٥ ثانية	٢ دقيقة ١,٧ ثانية	٢ دقيقة ٢,٢ ثانية	٢ دقيقة ٣,٧ ثوانٍ	٢ دقيقة ١,٧ ثانية	٢ دقيقة ٢,٩ ثانية	٢ دقيقة ٢,٦ ثانية
سمير	٢ دقيقة ٢,٤ ثانية	٢ دقيقة ١,٨ ثانية	٢ دقيقة ٢,٣ ثانية	٢ دقيقة ٤,٤ ثوانٍ	٢ دقيقة ٠,٦ ثانية	٢ دقيقة ٢,٢ ثانية	٢ دقيقة ١,٢ ثانية

أ) أي عدّاء كان أداؤه أفضل؟ لماذا؟

ب) أي عدّاء كان أداؤه أكثر ثباتًا؟ لماذا؟

٥-٢ الجداول التكرارية

٥-٢-أ حساب المقاييس الإحصائية للبيانات التكرارية

- يمكن حساب الوسط الحسابي باستخدام الجدول التكراري، وذلك بإضافة عمود إلى الجدول ليُسجل فيه حاصل ضرب القيمة × التكرار، الوسط الحسابي = $\frac{\text{المجموع الكلّي (القيمة × التكرار)}}{\text{المجموع الكلّي لعمود التكرارات}}$.
- يمكن إيجاد المنوال بالنظر إلى عمود التكرار في الجدول التكراري، حيث يكون المنوال القيمة ذات التكرار الأكبر.
- تكون البيانات في الجدول التكراري مُرتّبة بحسب قيمة كل منها. لإيجاد الوسيط، أوجد موقعه في البيانات، ثم اجمع التكرارات حتى تصل إلى تلك القيمة أو تتخطّاها. الوسيط هو تلك القيمة.
- يمكنك إيجاد المدى والوسيط والمنوال لمجموعة بيانات باستخدام مُخطّط الساق والورقة المُرتّب. يُبيّن مخطّط الساق والورقة أيضًا توزيع البيانات بصريًّا.

تمارين ٥-٢-أ

١) أنشئ جدولًا تكراريًّا للبيانات التالية، ثم احسب كلًّا من:

أ الوسط الحسابي　ب المنوال　ج الوسيط　د المدى

٠	٣	٤	٣	٣	٢	٢	٢	٢	١
٣	٣	٤	٣	٦	٢	٢	٢	٠	٠
٥	٤	٣	٢	٤	٣	٣	٣	٢	١
٣	١	١	١	١	٠	٠	٠	٢	٤

٢) احسب لكل مجموعة من المجموعات التالية:

أ الوسط الحسابي للدرجات　　ب وسيط الدرجات　　ج منوال الدرجات

مجموعة البيانات (١)

الدرجة	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	١٢	١٤	١٥	١٢	١٥	١٢

_____　　_____　　_____

مجموعة البيانات (٢)

الدرجة	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠
التكرار	١٣	٢٥	٢٢	٣١	١٦	٢٣	٢٧	١٩

_____　　_____　　_____

مجموعة البيانات (٣)

الدرجة	١,٥	٢,٥	٣,٥	٤,٥	٥,٥	٦,٥
التكرار	١٥	١٢	١٥	١٢	١٠	٢١

_____　　_____　　_____

٣) تُظهِر البيانات التالية أعمار ١٥ شخصًا بالسنوات:

٢١ ٣٠ ١٦ ١٧ ٢٢ ٤١ ٣٤ ٢٥

٤٩ ٣٥ ٢٥ ١٩ ٢٩ ٢٩ ٣٨

أ أنشئ مُخطّط الساق والورقة لعرض البيانات.

ب أوجد مدى الأعمار باستخدام المُخطّط.

_____

ج أوجد وسيط الأعمار باستخدام المُخطّط.

_____

٤) تُبيّن مجموعة البيانات التالية كتل ٣٠ طالبًا و٣٠ طالبة بالكيلوغرام شاركوا في مباراة رياضية:

الطلاب:	٨٠	٥٦	٥٧	٦٠	٨١	٧٠	٦١	٥٧	٥٨	٧٠	٧٧	٦٩	٧١	٧٢	٧٢
	٦١	٥٩	٦٨	٧٦	٦٢	٦٦	٧٣	٦٥	٦٤	٦٦	٦٦	٧٤	٧٥	٦٦	٧٤
الطالبات:	٧١	٦٨	٦٢	٤٠	٤٩	٥٩	٥٩	٧٢	٦٦	٦٧	٦٣	٥١	٤٧	٤٩	٦٤
	٦٦	٥٢	٥٩	٦٤	٥٣	٥٨	٤٨	٥٧	٥٧	٤٧	٦٦	٥٤	٦٥	٥٦	٥٤

أ أنشئ مُخطّط الساق والورقة المزدوج لعرض البيانات.

ب قارن بين كتل المجموعتَين مستخدمًا المدى والوسيط لكل مجموعة بيانات.

٥-٢-ب حساب المقاييس الإحصائية والمدى لبيانات مُتّصلة مُجمّعة في فئات

- يمكن للبيانات المُتّصلة أن تتّخذ أي قيمة تقع بين قيمتَين مُحدَّدتَين.
- عندما تُعطى جدول تكراري يتضمّن بيانات مُجمّعة (في فئات)، لا يمكن لك معرفة القيَم الحقيقية، بل تعرف فقط الفئات التي تقع فيها. هذا يعني أنك لا تعرف كيف تجد الوسط الحسابي أو الوسيط أو المنوال الدقيق، بل تلجأ إلى تقدير كل منها.
- لتقدير الوسط الحسابي، عليك استخدام مراكز الفئات الواردة في الجدول.
  - مركز الفئة هو الوسط الحسابي للقيمتَين (الصُّغرى والعُظمى) الواقعتَين في طرفَي الفئة.
  - تُسمّى القيمتان الصُّغرى والعُظمى في الفئة بالحدود الدنيا والحدود العليا للفئة.
  - يمكنك تقدير الوسط الحسابي عندما تجد مراكز الفئات: الوسط الحسابي التقديري = $\frac{\text{المجموع الكلّي (المركز} \times \text{التكرار)}}{\text{مجموع التكرارات}}$.
- الفئة المنوالية هي الفئة التي تحتوي على أكبر تكرار.
- الفئة الوسيطية هي الفئة التي تقع فيها القيمة الوسطى في البيانات. أوجد موقع الوسيط (التكرار الكلّي ÷ ٢) ثم اجمع المجاميع في عمود التكرارات حتى تصل إلى ذلك الموقع لتجد الفئة الوسيطية.

تمارين ٥-٢-ب

١) يبيّن الجدول التالي الدرجات (د) التي حصل عليها مجموعة من الطلبة في الاختبار النهائي:

الدرجات (د)	التكرار (ت)	المركز	التكرار × المركز
٠ ≤ د < ١٠	٢		
١٠ ≤ د < ٢٠	٥		
٢٠ ≤ د < ٣٠	١٣		
٣٠ ≤ د < ٤٠	١٦		
٤٠ ≤ د < ٥٠	١٤		
٥٠ ≤ د < ٦٠	١٣		
المجموع			

مُساعَدة

غالبًا ما تُعطى الفئات باستخدام رموز المُتباينات. مثل: ٠ ≤ د < ١٠ والتي تُعبِّر عن القيَم المساوية أو أكبر من الصفر والقيَم الأصغر من ١٠. الفئة التالية تحمل قيَمًا مساوية أو أكبر من ١٠ وقيَمًا أصغر من ٢٠، لذا تقع القيمة ١٠ في الفئة الثانية.

أ) أكمل الجدول.

ب) أوجد الوسط الحسابي التقديري للدرجات.

ج في أي فئة يقع منوال الدرجات؟

_____

د ما هي الفئة الوسيطية للدرجات؟

_____

٢) يبيّن الجدول التالي عدد الكلمات (ك) التي يطبعها بعض من مُبرمجي الحواسيب في الدقيقة.

الكلمات في الدقيقة (ك)	التكرار (ت)
٣١ < ك ⩽ ٣٦	٤٠
٣٦ < ك ⩽ ٤١	٧٠
٤١ < ك ⩽ ٤٦	٨٠
٤٦ < ك ⩽ ٥١	٩٠
٥١ < ك ⩽ ٥٥	٦٠
٥٥ < ك ⩽ ٦٠	٢٠
المجموع	

مُساعَدة

في بعض الكتب، يُطلق على مركز الفئة اسم نقطة المُنتصَف.

أ قدّر الوسط الحسابي لعدد الكلمات المطبوعة في الدقيقة.

_____

ب كم كلمة يطبع معظم مبرمجي الحواسيب في الدقيقة؟

_____

ج ما الفئة الوسيطية لعدد الكلمات المطبوعة؟

_____

د ما المدى لعدد الكلمات المطبوعة؟

_____

٥-٣ المِئينات والرُّبَيعات والمخطط الصندوقي

٥-٣-أ المِئينات والرُّبَيعات

- تُستخدم المِئينات لتجزئة مجموعة بيانات إلى ١٠٠ مجموعة متساوية. إذا كانت درجتك في المئيني الثمانين تعني أن ٨٠٪ من الدرجات الأخرى أدنى من درجتك.
- تُستخدم الرُّبَيعات لتجزئة مجموعة بيانات إلى ٤ مجموعات متساوية (أرباع).
  - الرُّبَيع الأدنى ($ر_١$) هو القيمة التي يكون ربع البيانات أقلّ منها.
  - الرُّبَيع الثاني ($ر_٢$) هو وسيط البيانات.
  - الرُّبَيع الثالث ($ر_٣$) هو القيمة التي يكون ثلاثة أرباع البيانات أقلّ منها (أي أن ربع البيانات المتبقّي يكون أكبر منها).
- المدى الرُّبَيعي = $ر_٣ - ر_١$

تمارين ٥-٣-أ

١) احسب لكلّ مجموعة من مجموعات البيانات التالية الوسيط والرُّبَيع الأدنى والرُّبَيع الأعلى والمدى الرُّبَيعي:

أ) ٦٧ ٤٤ ٦٣ ٥٦ ٤٦ ٤٨ ٥٥ ٦٣

_____ _____

_____ _____

ب) ١٧ ١٨ ١٧ ١٤ ٨ ٣ ١٥ ١٨ ١٥ ٣ ١٥

_____ _____

_____ _____

ج) ٠,٨ ١,٣ ٠,٧ ١,٤ ٢,٣ ٠,٤

_____ _____

_____ _____

د) ١ ٠ ٢ ٢ ٠ ٤ ١ ٣

٣ ٤ ٥ ٤ ٥ ٥ ١ ٢

_____ _____ _____ _____

_____ _____ _____ _____

مُساعَدة

يمكنك إيجاد موقع الرُّبَيعيات باستخدام الصيَغ التالية، حيث تمثّل ن عدد أجزاء البيانات:

موقع $ر_١ = \frac{١}{٤}$ (ن + ١)

موقع $ر_٢ = \frac{١}{٢}$ (ن + ١)

موقع $ر_٣ = \frac{٣}{٤}$ (ن + ١)

عندما يقع الرُّبَيع بين قيمتَين أوجد الوسط الحسابي لهما.

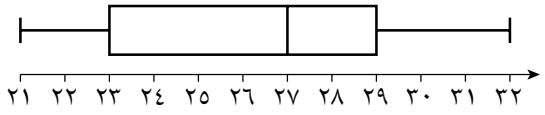
٥-٣-ب المُخطّط الصندوقي

- يبيّن المُخطّط الصندوقي توزيع مجموعة بيانات في صورة صندوق ومستقيمَين (طرفَين) مرتبطَين به.
- لإنشاء المُخطّط الصندوقي، استخدم خمسة مقاييس إحصائية، هي: القيمة الصغرى والقيمة العظمى، الرُّبَيع الأدنى والرُّبَيع الأعلى والوسيط.
- يمثل الصندوق قيَم الوسيط والرُّبَيع الأدنى والرُّبَيع الأعلى؛ ويُمدَّد الطرفان إلى القيمتَين العُظمى والصُّغرى في البيانات.
- يمكن إنشاء المُخطّطات الصندوقية لأكثر من مجموعة بيانات على نفس خطّ الأعداد لمقارنة مركز وانتشار كل توزيع.

تمارين ٥-٣-ب

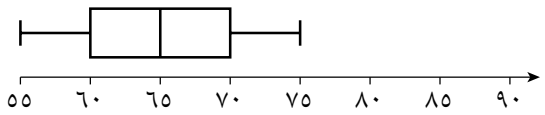
١) استخدم المُخطّط الصندوقي التالي لإيجاد الوسيط والمدى والرُّبَيع الأعلى والرُّبَيع الأدنى والمدى الرُّبَيعي لكل مجموعة من البيانات:

أ



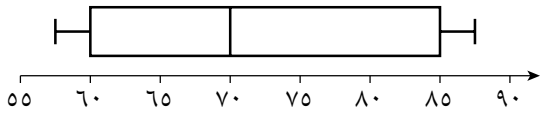
_____ _____ _____ _____ _____

ب



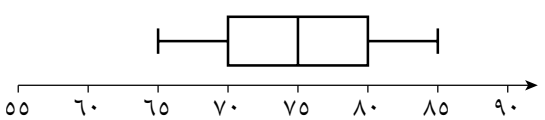
_____ _____ _____ _____ _____

ج

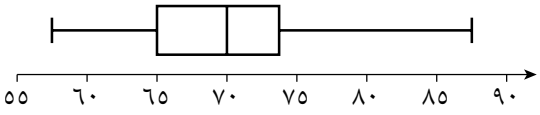


_____ _____ _____ _____ _____

د



_____ _____ _____ _____ _____

هـ 

٢) تبيّن مجموعة البيانات التالية عدد النقاط التي حصل عليها ٢٠ لاعب كرة سلّة في إحدى البطولات:

٢٣ ٢٥ ٢٥ ٢٧ ٢٧ ٢٩ ٣٠ ٣٢ ٣٢ ٣٢ ٣٣ ٣٧ ٣٩ ٤٧ ٥٧

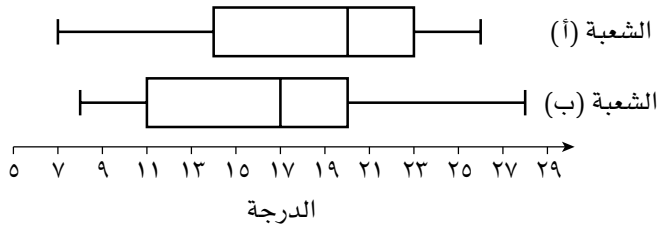
٦١ ٦٥ ٧٥ ٨٨ ١٠٩

أ أنشئ مُخطّطًا صندوقيًّا لعرض البيانات.

ب ما المدى الرُّبَيعي لمجموعة البيانات؟

ج القيمة المُتطرّفة هي القيمة التي تبعد عن أحد طرفَي الصندوق مسافة تُعادِل ١,٥ مرّة من المدى الرُّبَيعي. أثبت أن ١٠٩ قيمة مُتطرِّفة.

٣) يبيّن المُخطّطان الصندوقيّان التاليان درجات طلبة شُعبتَين (من ٣٠ درجة) من طلبة الصف العاشر في أحد الاختبارات:



أ) لخّص بيانات كل شعبة.

_____ _____ _____ _____ _____

_____ _____ _____ _____ _____

_____ _____ _____ _____ _____

_____ _____ _____ _____ _____

ب) قارن بين أداء طلبة كل شُعبة من الشُّعبتَين في الاختبار.

_____

_____

تمارين مُتنوِّعة

١) أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لكل مجموعة من مجموعات البيانات التالية:

أ ٦ ٥ ٦ ٧ ٤ ٥ ٨ ٦ ٧ ١٠

_____ _____ _____ _____ _____

ب ٦ ٣ ٢ ٤ ٢ ١ ٢ ٢ ١

_____ _____ _____ _____ _____

ج ١٢,٥ ١٣,٢ ١٩,٤ ١٢,٨ ٧,٥ ١٨,٦ ١٢,٦

_____ _____ _____ _____ _____

٢) يبلغ الوسط الحسابي لأوّل عددَين متتاليَين ٩,٥ والوسط الحسابي للثمانية أعداد المتتالية التالية ٤,٧

أ أوجد مجموع أوّل عددَين.

_____

ب ما قيمة هذَين العددَين؟

_____

ج أوجد الوسط الحسابي للأعداد العشرة جميعها.

_____

٣) تبيع ثلاث شركات أدوات إلكترونية. تم أخذ عيّنة مقدارها ١٠٠ أداة إلكترونية من كل شركة، لقياس فترة عمل كل أداة بالأسابيع. يبيّن الجدول التالي الوسط الحسابي والمدى لكل شركة:

الشركة	الوسط الحسابي (بالأسابيع)	المدى (بالأسابيع)
الشركة (أ)	١٣٧	١٦
الشركة (ب)	١٤٥	٣٩
الشركة (ج)	١٤١	١٦

إذا أراد أحدهم شراء أداة إلكترونية، فأي الشركات تنصحه بالشراء منها؟

_____

_____

_____

٤) يبيّن الجدول التكراري التالي ٥٠ مُكعّبًا بأحجام مختلفة:

الحجم (سم^٣)	٢	٣	٤	٥	٦	٧
التكرار	٤	٧	٩	١٢	١٠	٨

أ أوجد الوسط الحسابي لحجم المُكعّبات.

ب ما الحجم الأكثر تكرارًا؟

ج ما وسيط حجم المُكعّبات؟

٥) توضّح مجموعتا البيانات التالية درجات الاختبار في مادتَي الكيمياء والرياضيات لنفس المجموعة من الطلبة (من ١٠٠ درجة) درجات مادة:

درجات مادة الكيمياء:

٤٨	٣٩	٢٢	٧٩	٧١	١٩	٦٨	٤٧	٧٧	٥٨	٧٦	٨٩
٨٥	٨٢	٨٥	٧٩	٤٥	٨٢	٨٠	٩١	٩٩	٥٥	٦٥	٨١

درجات مادة الرياضيات:

٩١	٧٣	١٢	٨٨	٦٩	١٣	٨٨	٨٤	٨٠	٨١	٨٣	٩٨
٧٠	٧٠	٧٢	٧١	٧٢	٧٣	٧٦	٧٤	٨٠	٨١	٨٢	٨٤

أ أنشئ مخطط الساق والورقة المزدوج لعرض البيانات، مستخدمًا فترات مداها ١٠

ب كم طالبًا حصلوا على امتياز (درجة ٩٠ أو أعلى) في كل مادة؟

ج أي مادة كان أداء الطلبة فيها أفضل؟ فسِّر إجابتك.

٦) يبيّن الجدول التكراري التالي عدد الأشخاص الذين زاروا أحد المتاحف:

العمر (ع (بالسنوات))	التكرار
٠ < ع < ١٠	١٣
١٠ ≤ ع < ٢٠	٢٨
٢٠ ≤ ع < ٣٠	٣٩
٣٠ ≤ ع < ٤٠	٤٦
٤٠ ≤ ع < ٥٠	٤٨
٥٠ ≤ ع < ٦٠	٣١
٦٠ ≤ ع < ٧٠	١٩
المجموع	

أ أوجد الوسط الحسابي التقديري لأعمار الأشخاص الذين زاروا المُتحف.

ب ضمن أي فئة عمرية تقع أعمار معظم الزائرين؟

ج ما وسيط أعمار الأشخاص الذين زاروا المُتحف؟

د لماذا لا تستطيع حساب الوسط الحسابي الدقيق لمجموعة البيانات؟

٧) تبيّن مجموعة البيانات التالية عدد الأشخاص الذين زاروا أحد النوادي في أيام مختلفة:

١٨ ، ١٩ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢١ ، ١٨ ، ٢١ ، ٢٣ ، ١٨ ، ٢٣ ، ٢٣

أ أوجد وسيط البيانات.

ب ما مدى البيانات؟

ج أوجد الرُّبَيع الأدنى ($ر_1$) والرُّبَيع الأعلى ($ر_3$)، ثم أوجد المدى الرُّبَيعي.

_____ _____ _____

د قارن بين المدى والمدى الرُّبَيعي. بماذا تفسِّر ذلك؟

_____

٨) صرّح أحد المعلّمين أن الطلبة الذين حصلوا على درجة تقع في المئيني ٦٠ في أحد الاختبارات سيخضعون لإعادة الاختبار، وعند إعلان نتائج الاختبار تبيّن أن ١٥ طالبًا من أصل ٢٦ يجب عليهم إعادة الاختبار.

أ ما هو استنتاجك حول درجات الطلبة في الاختبار؟

_____

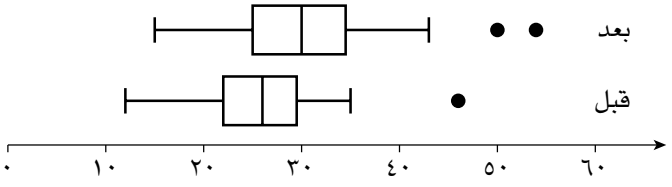
_____

ب ما هو استنتاجك بالنسبة إلى الأداء العام لطلبة الصف في الاختبار؟

_____

_____

٩) قرَّر ٢٠ شخصًا الاشتراك في أحد النوادي الرياضية، بحيث يزورون النادي ثلاث مرّات في الأسبوع لمدة شهر كامل. فقام المدرِّب بتسجيل عدد الحركات الرياضية (في الدقيقة) التي كان كل مُشترك يُنفّذها قبل الاشتراك في النادي، وعدد الحركات التي أصبح يُنفّذها بعد الاشتراك. يبيّن المُخطّط الصندوقي التالي النتائج. وتُشير النقاط الواردة على المُخطّط إلى القيَم المُتطرّفة:



قارن بين مجموعتَي البيانات موضّحًا تأثير التدريبات الرياضية على أداء المشتركين.

_____

_____

_____

_____

الوحدة السادسة: التناسُب

٦-١ التناسُب الطرديّ والتناسُب العكسيّ في الحدود الجبريّة

- عندما تتناسب كمّيتان س ، ص طرديًّا، فإن س = ث × ص حيث (ث) مقدار ثابت.
- عندما تتناسب كمّيتان س ، ص عكسيًّا، فإن س × ص = ث حيث (ث) مقدار ثابت.

تمارين ٦-١

١) إذا علمت أن (أ) تتغيَّر طرديًّا مع (ب) وأن (أ = ٥٦) عندما (ب = ٨):

أ أوجد قيمة ثابت التناسُب (ث).

ب أوجد قيمة (أ) عندما (ب = ١٢)

٢) يبيّن الجدول التالي قيَم (م) ، (ن). أثبت أن (ن ∝ م):

م	٧,٥	١١,٥	١٨
ن	١٦,٣٥	٢٥,٠٧	٣٩,٢٤

مُساعَدة
يشير الرمز ∝ إلى التناسُب.

٣) إذا علمت أن (ف ∝ م) وأن (ف = ١٦) عندما (م = ٢):

أ أوجد قيمة (ف) عندما (م = ٥)

ب أوجد قيمة (م) عندما (ف = ٣٦)

٤) الجدول التالي يوضح المعادلة (س ص = ث). أوجد القيَم المجهولة (أ) و (ب) و (ج):

س	٣	٦	ب	٩
ص	٤	أ	١,٥	ج

٥) إذا كانت (ص ∝ $\frac{١}{س}$) و (ص = ٥) عندما (س = ٤):

أ أوجد قيمة (ص) عندما (س = ١٠)

ب أوجد قيمة (س) عندما (ص = ٤٠)

٦) تتناسب (ص) طرديًّا مع ($س^{٢}$) و (ص = ٥٠) عندما (س = ٥)

أ اكتب معادلة تُمثِّل هذه العلاقة.

ب أوجد قيمة (ص) عندما (س = ٢٥)

ج أوجد قيمة (س) عندما (ص = ١٦٢)

٧) إذا علمت أن ص تتناسب عكسيًّا مع $\sqrt{س}$ وأن (ص = ٢٠) عندما (س = ١٦)،

أ اكتب معادلة تُمثِّل هذه العلاقة.

ب أوجد قيمة (ص) عندما (س = ١٠٠)

ج أوجد قيمة (س) عندما (ص = $\frac{١}{٣}$)

---

٨) إذا علمت أن (أ) تتغيّر عكسيًّا مع (ب) وأن (أ = ١٠) عندما (ب = ١٦)،

أ أوجد قيمة (ب) عندما (أ = ٤)

ب أوجد قيمة (أ) عندما (ب = ٩)

---

٩) تبيّن الصيغة (ص = $\frac{١٠}{س}$) العلاقة بين (س) ، (ص).

أ أوجد قيمة (ص) عندما (س = ٤)

ب احسب قيمة (س) عندما (ص = ٥)

---

١٠) حبل طوله ١٨ مترًا، تم تقطيعه إلى (ص) قطعة متساوية، طول كل منها (س) متر:

أ أثبت أن (ص) تتناسب عكسيًّا مع (س).

ب اكتب معادلة تصف العلاقة بين (س) ، (ص).

ج أوجد قيمة (ص) عندما (س = ٠,٥) متر.

الوحدة السابعة: المزيد من التمثيلات الإحصائيّة

٧-١ بيانات بمتغيّرَين

- يُطلَق على تجميع بيانات مجموعتَين بأزواج مُرتّبة اسم بيانات بمتغيّرَين. يمكنك مثلاً تجميع البيانات حول أطوال عدد من الطلبة وكتلهم.
- يمكن رسم بيانات بمتغيّرَين في مُخطّط الانتشار، وذلك للبحث عن الارتباط بين بيانات المُتغيّرَين. فإذا أردت مثلاً أن تعرف ما إذا كانت كتل الطلبة الأطول أثقل من كتل الطلبة الأقصر، يمكنك رسم مجموعتَي البيانات (الطول والكتلة) في مُخطّط الانتشار.
- يكون الارتباط موجبًا أو سالبًا، قويًّا أو ضعيفًا. وعندما لا تتّبع النقاط نمطًا محددًا، لا يكون هناك أيّ ارتباط.
- يمكن رسم المستقيم الأفضل تمثيلاً في مُخطّط الانتشار لوصف الارتباط، حيث يجب أن يتّبع هذا الخطّ اتّجاه النقاط على التمثيل البياني، كما يمكنك استخدام المستقيم الأفضل تمثيلاً لتقدير قيمة معيّنة داخل مدى البيانات المعطاة. وعلى الصعيد الإحصائي، لن تكون النتائج المُستخلصة من تقدير القيَم خارج النقاط المرسومة نتائج دقيقة.

تمارين ٧-١

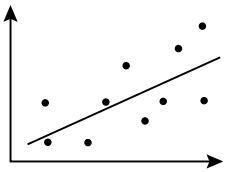
١) طابق كل تمثيل بياني من التمثيلات البيانية التالية مع الوصف المُعطى للارتباط أدناه:

أ



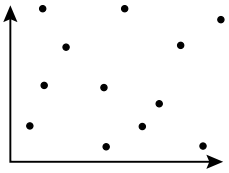
_____

ب



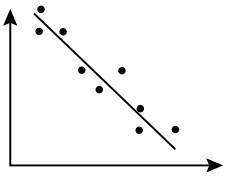
_____

ج



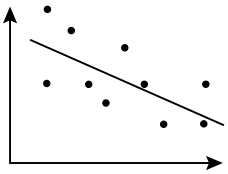
_____

د



_____

هـ



_____

(١) سالب ضعيف

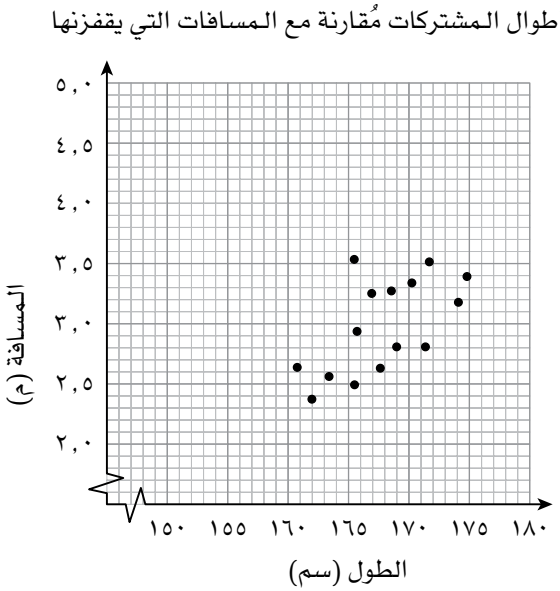
(٢) لا يوجد ارتباط

(٣) موجب قوي

(٤) سالب قوي

(٥) موجب ضعيف

٢) جمعت سلمى بيانات ١٥ مشتركة في النشاط الرياضي في مدرستها، وأرادت معرفة ما إذا كان هناك ارتباط بين أطوال المشتركات والمسافات التي يقفزنها في لعبة الوثب الطويل. فقامت برسم مُخطّط الانتشار التالي لعرض البيانات التي جمعتها:



أ ارسم المستقيم الأكثر الأفضل على مُخطّط الانتشار.

ب استخدم المستقيم الأكثر الأفضل لتُقدِّر المسافة التي تقفزها إحدى المشتركات التي يبلغ طولها ١٦٥ سم.

ج يتّضح من خلال أطوال المشتركات في مدرسة سلمى، أنّ أعلى رقم قياسي تمّ تسجيله في الوثب الطويل قد بلغ ٤,٠٧ م. ما طول الفتاة التي يمكن أن تبلغ هذا الرقم القياسي المُسجَّل في الوثب الطويل؟

د صف الارتباط المُبيّن في مُخطّط الانتشار.

هـ على ماذا يدلّ الارتباط بين طول المشتركات والمسافة التي يقفزنها في الوثب الطويل؟

---

٣) يُبيّن الجدول التالي أعمار ١٠ طلاب والمسافات التي يقطعونها خلال نصف ساعة في السباحة:

الطالب	العمر (بالسنوات)	المسافة (م)
أمين	١٢	٢٠٠
بلال	٨	٣٥٠
سالم	٧	٤٠٠
جاسم	١٣	٤٥٠
سعيد	٩	٥٥٠
وليد	١٠	٣٥٠
زاهر	٦	٠
حسن	١٢	٥٠٠
طلال	٩	٢٥٠
ياسر	١١	٣٠٠

مُساعَدة

عندما يكون الزمن أحد المُتغيّرات، يكون هو المتغيّر المستقلّ عادة. لذلك يتمّ رسمه على المحور الأفقي.

أ ما المُتغيّر التابع؟ _____

ب ارسم مُخطّط انتشار للبيانات.

ج صف الارتباط بين المُتغيّرَين.

_____

د ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً.

_____

هـ قدّر عُمَر سامي إذا علمت أنه يستطيع قطع مسافة ٤٥٠ م في نصف ساعة أثناء السباحة.

و هل تتّصف إجابتك في الجُزئية (هـ) بالثبات؟

ز ما المسافة التي يمكن أن يقطعها سلطان (عمره ١٥ سنة) في نصف ساعة أثناء السباحة؟

٧-٢ المُدرَّج التكراري

- المُدرَّج التكراري هو نوع خاص من التمثيلات البيانية، يُستخدم لعرض بيانات عددية مُجمَّعة باستخدام مقياس مُتَّصل على المحور الأفقي. (يعني ذلك عدم وجود فراغات بين فئات البيانات، أي أنّ الفئة الجديدة تبدأ حيث تنتهي الفئة السابقة لها)
- يتمّ رسم كل عمود فوق فئة مُحدّدة، لأن المقياس مُتّصل.
- عندما تكون الفئات متساوية في الطول، يكون للأعمدة العرض نفسه، ومن الطبيعي في هذه الحالة أن يُسمّى المحور الرأسي بالتكرار.
- عندما لا تكون الفئات متساوية في الطول، يعرض المحور الرأسي كثافة التكرار.
- كثافة التكرار = $\frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفئة}}$. يتمثّل التكرار في مساحة كل عمود.
- يظهر الفراغ بين الأعمدة فقط عندما يكون تكرار أو كثافة تكرار إحدى الفئات صفرًا.

تمارين ٧-٢-أ

١) يبيّن الجدول التالي درجات مجموعة من الطلبة في اختبارَي الرياضيات واللغة العربية:

تذكَّر أن الأعمدة لا تتخلّلها فراغات: استخدم الحدَّين الأعلى والأدنى في كل فئة لتجنُّب الفراغات.

الفئة	التكرار في درجات اختبار اللغة العربية	التكرار في درجات اختبار الرياضيات
١٠–١	٠	٠
٢٠–١٠	٣	٢
٣٠–٢٠	٧	٥
٤٠–٣٠	٤	٦
٥٠–٤٠	٢٩	٣٤
٦٠–٥٠	٥١	٤٨
٧٠–٦٠	٤٠	٤٥
٨٠–٧٠	١٢	٦
٩٠–٨٠	٣	٢
١٠٠–٩٠	١	٢

أ ارسم مُدرَّجَين تكراريَّين مُنفصلَين، يعرض أحدهما بيانات الدرجات في اختبار اللغة العربية، ويعرض الآخر بيانات الدرجات في اختبار الرياضيات.

ب ما الفئة المنوالية لدرجات اختبار اللغة العربية؟ _____

ج ما الفئة المنوالية لدرجات اختبار الرياضيات؟ _____

سابقًا
تعاملت مع المنوال في الوحدة ٥

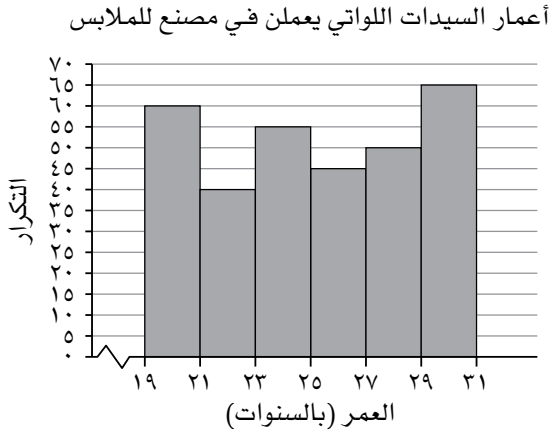
د اكتب بعض العبارات مُقارنًا فيها بين أداء الطلبة في اختبار الرياضيات وأدائهم في اختبار اللغة العربية.

_____

_____

_____

٢) استخدم التمثيل البياني التالي لتجيب عن الأسئلة حوله:



أ كيف تعرف أن التمثيل البياني هو مُدرّج تكراري وليس أعمدة بيانية؟

_____

ب كم سيدة تتراوح أعمارهنّ بين ٢٣ و٢٥ سنة يعملن في مصنع الملابس؟ _____

ج كم عدد السيدات اللاتي يعملن في مصنع الملابس؟ _____

د ما الفئة المنوالية لهذه البيانات؟ _____

هـ اشرح لماذا يبدأ المحور الأفقي بخط مُتعرّج.

_____

_____

تمارين ٧-٢-ب

١) استطلعت سارة عددًا من الأشخاص -الذين يقصدون أحد مقاهي الإنترنت- لمعرفة أعمارهم، وسجّلت النتائج التالية:

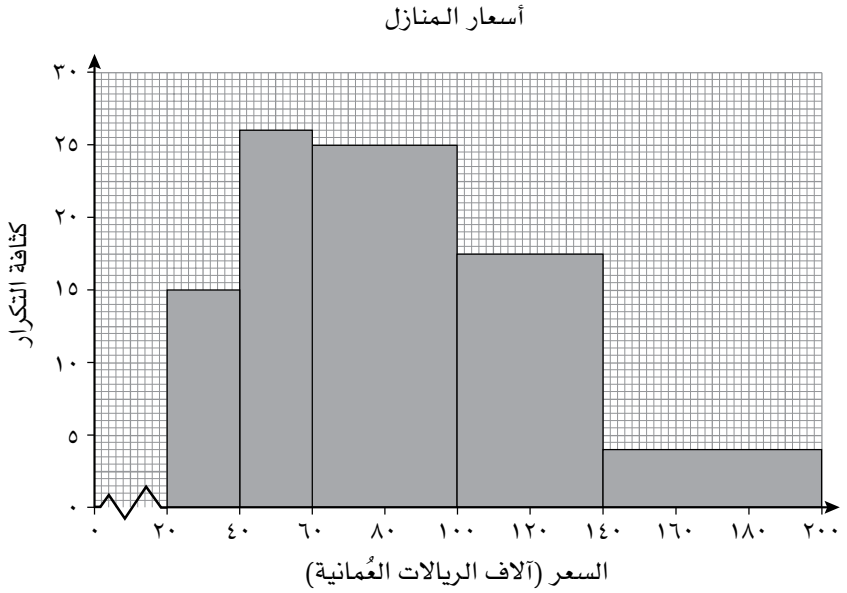
العمر (ع)	١٥ ≤ ع < ٢٠	٢٠ ≤ ع < ٢٥	٢٥ ≤ ع < ٣٥	٣٥ ≤ ع < ٥٠	٥٠ ≤ ع < ٥٥
عدد الأشخاص	١٤	١٢	١٢	١٢	٨

ارسم مدرّجًا تكراريًّا لتعرض البيانات، مُستخدمًا المقياس ١ سم لكل ٥ سنوات على المحور الأفقي، ومقياس المساحة ١ سنتيمتر مُربّع لتمثيل كل شخص.

مُساعَدة

من المفيد أن تتذكّر أنّ كثافة التكرار تدلّك على ارتفاع العمود. إذا كان عرض أحد الأعمدة ضعف عرض عمود ثانٍ، فسوف يكون ارتفاعه نصف ارتفاع العمود الثاني إذا كان لهما التكرار نفسه.

٢) يبيّن المدرّج التكراري التالي أعداد المنازل بحسب أسعارها المختلفة كما وردت في أحد المواقع الإلكترونية الخاصّة بالعقارات:



أ) ما عدد المنازل التي تقع أسعارها في الفئة ٢٠٠٠٠–٤٠٠٠٠ ريال عُماني؟ _____

ب) ما عدد المنازل التي تقع أسعارها في الفئة ١٤٠٠٠٠–٢٠٠٠٠٠ ريال عُماني؟ _____

ج) كم منزلاً يُمثِّل السنتيمتر المُربّع الواحد في هذا التمثيل البياني؟ _____

٧-٣ التكرار التراكُمي

- التكرار التراكُمي هو "مجموع مستمر" لتكرارات الفئات حتى الوصول إلى الحد الأعلى في الفئة المُحدّدة.
- ينتج من رسم التكرارات التراكُمية منحنى يُسمّى منحنى التكرار التراكُمي.
- يمكنك استخدام المنحنى لتُقدِّر قيمة وسيط البيانات.
- يمكنك تقسيم البيانات إلى أربع فئات متساوية تُسمّى الرُّبَيعات. وتُطلق تسمية المدى الرُّبَيعي على الفرق بين الرُّبَيع الأعلى والرُّبَيع الأدنى ($ر_٣ - ر_١$).
- يمكنك تقسيم البيانات أيضًا إلى ١٠٠ فئة متساوية تُسمّى المِئينات. يُكافئ المئيني الخمسين وسيط البيانات.

تمارين ٧-٣-أ

١) يُبيّن الجدول المجاور درجات مجموعة من الطلبة في أحد الاختبارات:

ارسم منحنى التكرار التراكُمي لعرض البيانات مستخدمًا المقياس ١ سم لكل ١٠ درجات على المحور الأفقي، والمقياس ١ سم لكل ١٠ طلاب على المحور الرأسي.

الدرجة (د)	عدد الطلبة
٠ ≤ د < ١٠	٠
١٠ ≤ د < ٢٠	٣
٢٠ ≤ د < ٣٠	٧
٣٠ ≤ د < ٤٠	٤
٤٠ ≤ د < ٥٠	٢٩
٥٠ ≤ د < ٦٠	٥١
٦٠ ≤ د < ٧٠	٤٠
٧٠ ≤ د < ٨٠	١٢
٨٠ ≤ د < ٩٠	٣
٩٠ ≤ د < ١٠٠	١

مُساعَدة

يتمّ عادة إعطاء مقياس الرسم عندما يُطلَب إليك رسم منحنى التكرار التراكُمي.

تمارين٧-٣-ب

١) استخدم منحنى التكرار التراكمي المعطى في التمرين السابق (التمرين ١ في فقرة تمارين ٧-٣-أ) في حلّ هذا التمرين:

أ قدِّر قيمة كلٍّ من الوسيط والرُّبَيع الأعلى والرُّبَيع الأدنى.

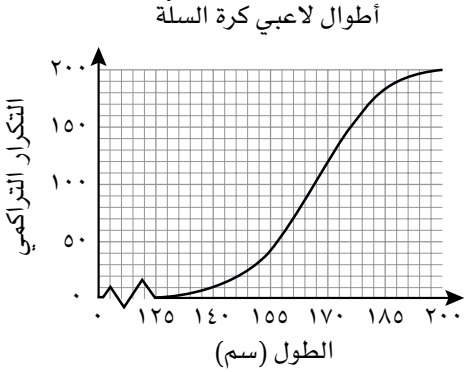
ب قدِّر قيمة المدى الرُّبَيعي.

ج إذا كان مُعدّل النجاح في هذا الاختبار ٤٠ درجة، أوجد النسبة المئوية للطلبة الذين نجحوا في الاختبار.

مُساعَدة
لكي تجد موقع الرُّبَيع باستخدام منحنى التكرار التراكُمي، استخدم الصيَغ $\frac{ن}{٤}$، $\frac{ن}{٢}$ و $\frac{٣ن}{٤}$. لاحظ أن الصيَغ هنا تختلف عن الصيَغ التي تمّ استخدامها سابقًا في البيانات المُنفصِلة.

د حدّد المئيني الستين والمئيني الثمانين على التمثيل البياني. على ماذا يدلّ هذان المئينيّان؟

٢) يبيّن منحنى التكرار التراكُمي المقابل أطوال ٢٠٠ لاعب كرة سلّة (بالسنتيمتر):



أ قدّر وسيط أطوال اللاعبين.

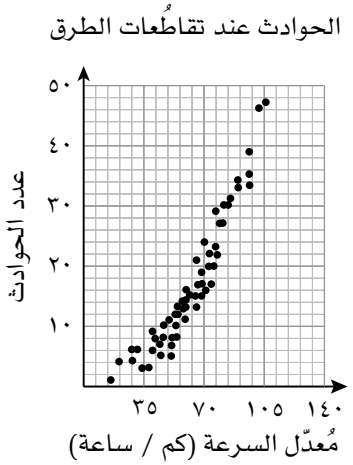
ب قدّر الرُّبَيع الأعلى والرُّبَيع الأدنى.

ج قدّر المدى الرُّبَيعي.

د أوجد النسبة المئوية للّاعبين الذين تزيد أطوالهم عن ١,٨٢ م.

تمارين مُتنوِّعة

١) استخدم التمثيل البياني التالي لتجيب عن الأسئلة التي تليه:



أ ماذا يعرض هذا التمثيل البياني؟

ب ما المُتغيّر المُستقلّ؟

ج ارسم المستقيم الأفضل تمثيلاً، ثم استخدمه لتُقدِّر:

(١) عدد الحوادث على تقاطُعات الطرق عندما يكون مُعدّل السرعة ١٠٠ كم/ساعة.

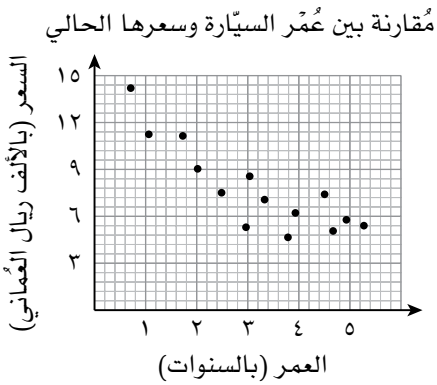
(٢) مُعدّل السرعة عندما يكون عدد الحوادث عند تقاطُعات الطرق أقلّ من ١٠ حوادث.

د صف الارتباط بين المُتغيّرَين.

هـ على ماذا تدلّ إجابتك في الجُزئية (د) بالنسبة للعلاقة بين السرعة وعدد حوادث السير عند تقاطُعات الطرق؟

٢) إذا كان سعر سيّارة من طراز جديد ١٥٠٠٠ ريال عُماني، وأراد سلطان معرفة سعر سيّارة من هذا الطراز بعد استخدامها لعدة سنوات، فقام برسم مخطط الانتشار التالي ليعرض العلاقة بين سعر السيّارة وعمرها:

أ صف اتِّجاه البيانات المعروضة في التمثيل البياني.



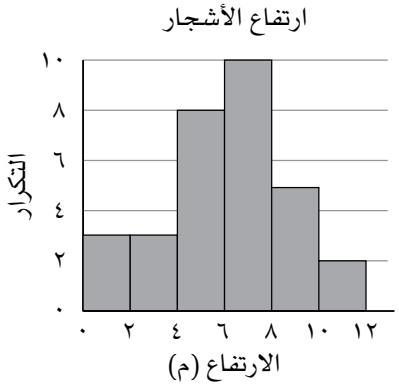
ب بيِّن في أي سنتَين حدث أكبر تراجُع في سعر السيّارة؟

ج صف ما الذي سيحدث لسعر السيارة عندما يتراوح عُمرها بين ٣ و ٥ سنوات.

د قدّر عُمْر سيّارة سعرها ٧٥٠٠ ريال عُماني.

هـ في أي فئة تتوقَّع أن يقع سعر سيّارة عُمْرها ٣ سنوات؟

٣) يُبيّن التمثيل البياني غير المُكتمِل للمُدرّج التكراري التالي ارتفاع الأشجار في إحدى الغابات:



أ قام أحد العلماء بإيجاد ارتفاع خمس شجرات إضافية، فكان ارتفاعها كالتالي: ٢,٠٩ م، ٣,٣٤ م، ٦,٤٥ م، ٩,٢٦ م، ٣,٨٨ م. أعد رسم التمثيل البياني موضّحًا فيه البيانات الجديدة.

ب كم شجرة في الغابة ارتفاعها أكبر من أو يساوي ٦ م؟

_____

ج ما الفئة المنوالية لارتفاع الأشجار؟

_____

٤) قاست المُمرِّضة كتل عيّنة من طالبات إحدى المدارس، ورسمت الجدول التالي:

الكتلة (ك (كغم))	التكرار
٥٤ ≤ ك < ٥٦	٤
٥٦ ≤ ك < ٥٨	٧
٥٨ ≤ ك < ٦٠	١٣
٦٠ ≤ ك < ٦٢	١٩
٦٢ ≤ ك < ٦٤	١١

أ ارسم مُدرّجًا تكراريًّا لعرض البيانات.

ب أوجد الفئة المنوالية لكتل الطالبات. _____

ج أوجد النسبة المئوية للطالبات اللواتي تقلّ كتلتهن عن ٥٦ كغم.

_____

_____

د ما أكبر مدى ممكن بين الكتل؟

_____

٥) يُبيّن الجدول التالي الدقائق التي يُمضيها مجموعة من الطلبة يوميًّا في المطالعة:

الزمن (م (دقيقة))	٢٠ ≤ م < ٣٠	٣٠ ≤ م < ٤٠	٤٠ ≤ م < ٦٠	٦٠ ≤ م < ٨٠	٨٠ ≤ م < ١٠٠	١٠٠ ≤ م < ١٥٠
عدد الطلبة	١٠	١٥	٤٠	٥٠	٦٠	٥٠

ارسم مُدرّجًا تكراريًّا لعرض البيانات مُستخدمًا المقياس ١ سم لكلّ ١٠ دقائق على المحور الأفقي، والمقياس ١ سنتيمتر مُربّع لتمثيل كل ٥ أشخاص.

٦) زُرِعت ٣٠ بذرة لاستخدامها في تجربة علمية، وتم بعد ثلاثة أسابيع قياس ارتفاعات النباتات، وتسجيلها في الجدول التالي:

الارتفاع (ع (سم))	٠ ≤ ع < ٣	٣ ≤ ع < ٦	٦ ≤ ع < ٩	٩ ≤ ع < ١٢
التكرار	٣	٨	١٥	٤

أ أوجد تقديرًا للوسط الحسابي للارتفاعات.

_____

ب ارسم منحنى التكرار التراكُمي واستخدمه لتجد وسيط الارتفاعات.

ج قدّر الرُّبَيع الأعلى والرُّبَيع الأدنى والمدى الرُّبَيعي.

الوحدة الثامنة: الدوال

٨-١ الدوال وصيغة الدالّة

- الدالّة قاعدة (أو مجموعة من التعليمات) لتغيير قيمة ما تُسمّى المُدخَلة إلى قيمة أخرى تُسمّى المُخرَجة.
- يُستخدم الرمز د(س) للتعبير عن علاقة ما بدلالة س ويُسمّى ذلك صيغة الدالّة، مثل د(س) = ٥س – ٢
- لإيجاد قيمة دالّة ما، مثل د(٣)، عوّض عن س بالعدد المُعطى، وأوجد قيمة العبارة الناتجة.
- الدالّة المُركّبة مزيج من دالّتَين أو أكثر. يُعدّ ترتيب كتابة الدوال مهمًّا: (ع ○ د)(س) = ع(د(س)) تعني تنفيذ د أوّلاً، ثم تنفيذ ع.
- صيغة الدالّة العكسية هي د$^{-١}$. يمكنك التفكير في الدالّة العكسية على أنها معكوس الدالّة الأصلية. ويعني تطبيق المعكوس التراجُع عن كل عملية قمتَ بتنفيذها.

تمارين ٨-١-أ

١) أوجد كلًّا مما يلي، علمًا بأن د(س) = ٢س + ٥:

أ د(٣) ب د(-٣) ج د(٠) د د(م)

_____ _____ _____ _____

_____ _____ _____ _____

_____ _____ _____ _____

٢) إذا علمتَ بأن د: س ← ٣س^{٢} + ٥:

أ اكتب العبارة التي تبيِّن د(س) بدلالة س.

_____

_____

ب احسب:

(١) د(٢) (٢) د(٤) (٣) د(٦)

ج هل د(٢) + د(٤) = د(٦)؟ فسّر إجابتك.

د أوجد:

(١) د(أ) (٢) د(ب) (٣) د(أ + ب)

هـ أوجد أ علمًا بأن د(أ) = ٣٢

٣) إذا علمت أن هـ: س ← $\sqrt{٥ - س}$:

أ اكتب العبارة الجبرية التي تبيّن هـ(س) بدلالة س.

ب أوجد:

(١) هـ(١) (٢) هـ(−٤)

تمارين ٨-١-ب

١) إذا علمت أن د (س) = ٤س، ع(س) = س − ٥، أوجد:

أ (د ∘ ع)(س)

ب (ع ∘ د)(س)

٢) أوجد (ع ∘ هـ)(٣)، علمًا بأن ع(س) = ٢س، هـ(س) = ٢س + ٣

تمارين ٨-١-ج

١) أوجد الدالّة العكسية لكلّ من الدوال التالية، مستخدمًا الصيغة المناسبة:

أ د(س) = س + ٤

ب د(س) = س − ٩

ج د(س) = ٥س

د د (س) = $\frac{\text{س}}{-٢}$

مُساعَدة
إيجاد معكوس دالّة ما يعني في حقيقة الأمر كتابة س بدلالة ص.

٢) إذا علمت بأن د (س) = س − ٣، ع(س) = $\frac{\text{س}}{٢}$، أوجد:

أ (د ∘ ع)(س)

ب (ع ∘ د)(س)

ج $(\text{د} \circ \text{ع})^{-١}$(س)

د $(ع \circ د)^{-}(س)$

_____

_____

_____

هـ $(د^{-١} \circ ع^{-١})(س)$

_____

_____

_____

و $(ع^{-١} \circ د^{-١})(س)$

_____

_____

_____

تمارين مُتنوِّعة

١) أوجد $د^{-١}(س)$ علمًا بأن $د(س) = \frac{٢س - ٣}{٥}$

٢) إذا علمتَ أن $د(س) = ٣س + ٤$، $ع(س) = \frac{س - ٢}{٥}$، أوجد:

أ) $د^{-١}(س)$

ب) $د^{-١}(١٣)$

ج) قيمة ب عندما $د(ب) = ٢٢$

د) $(د \circ د)(س)$

هـ) $(ع^{-١} \circ د)(١)$


تم بحمد الله

رقم الإيداع : ٢٠٢١/٤٠٦٩

طُبع بمطابع النهضة ش.م.م
هاتف : ٢٤٥٦٣١٠٤، البريد الإلكتروني : admin@anpressoman.com

الرياضيات

كتاب النشاط ١٠

يتميَّز كتاب النشاط بمحتوى سهل وممتع يمكن استخدامه، إلى جانب كتاب الطالب، ضمن منهج الرياضيات للصفّ العاشر .

يتضمن كتاب النشاط:

- تمارين شاملة وهادفة لتنمية المهارات الرياضية وممارستها، واستخدام التقنيات الرياضية لحلّ المسائل.
- مُلخَّصات للنقاط الرئيسية التي تحتاج إلى معرفتها في بداية كل موضوع للوصول إلى التمارين.
- فقرات مساعدة تُزوِّدك بالنصائح والدعم في حلّ التمارين.

ترد الإجابات الخاصَّة بالتمارين في دليل المُعلِّم.

يشمل منهج الرياضيات للصف العاشر من هذه السلسلة أيضًا:

- كتاب الطالب
- دليل المُعلِّم

ISBN 978-99969-3-792-7

www.moe.gov.om