سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

رؤية عمان 2040
نتقدم بثقة
Moving Forward with Confidence

الرياضيات المتقدمة

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الثاني

كتاب النشاط



CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية
1447هـ - 2025م



سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات المتقدمة

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الثاني

كتاب النشاط

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية 1447هـ - 2025م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS ، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢٣ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمت مواءمتها من كتاب النشاط – الرياضيات للصف الحادي عشر – من سلسلة Cambridge international AS & A level Mathematics 1، للمؤلفين موريل جايمز، ودين تشالمرز.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توافر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب ومصداقيتها، ولا تؤكد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ١٢١ / ٢٠٢٢ واللجان المنبثقة عنه



جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم

لا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملًا أو مجزَّأ أو ترجمته أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال إلّا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.



المغفور لـه
السلطان قابوس بن سعيد
-طيّب الله ثراه-



حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المعظم
- حفظه الله ورعاه -

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)



أنتجت بالهيئة الوطنية للمساحة ، وزارة الدفاع، سلطنة عمان 2022 م .

حقوق الطبع © محفوظة للهيئة الوطنية للمساحة، وزارة الدفاع، سلطنة عمان 2022 م .

لا يعتد بهذه الخريطة من ناحية الحدود الدولية .



النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مُؤَيَّدًا عاهِلاً مُمَجَّدًا
بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ ضِيَاء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مُكوِّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقرّرات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلبة، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسوم. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلبة النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

كيف تستخدم هذا الكتاب؟ xii

الوحدة السابعة: المزيد من الدوال

٧–١ دالة المطلق ١٣

٧–٢ دالة الصحيح ١٩

٧–٣ الدالة اللوغاريتمية ٢١

٧–٣ أ اللوغاريتم للأساس أ ٢١

٧–٣ ب قوانين اللوغاريتمات ٢٤

٧–٣ ج اللوغاريتم الاعتيادي (اللوغاريتم للأساس ١٠) ٢٧

٧–٣ د اللوغاريتم الطبيعي (اللوغاريتم للأساس هـ) ٣١

٧–٤ حلّ المعادلات الأسّية ٣٤

٧–٥ حل المعادلات اللوغاريتمية ٣٧

تمارين مراجعة نهاية الوحدة السابعة ٤٠

الوحدة الثامنة: التباديل والتوافيق

٨–١ مضروب العدد ٤٣

٨–٢ التباديل ٤٥

٨–٢ أ تباديل ن من العناصر المختلفة .. ٤٥

٨–٢ ب تباديل ن عنصرًا مع السماح بالتكرار ٤٧

٨–٢ ج تباديل ن من العناصر المختلفة بوجود القيود ٥٠

٨–٢ د تباديل ن من العناصر مأخوذة ر في كل مرة ٥٤

٨–٣ التوافيق ٥٧

٨–٤ نظرية ذات الحدَّين ٦٠

٨–٤ أ مثلّث باسكال ٦٠

٨–٤ ب مفكوك ذات الحدَّين ٦٢

٨–٤ ج الحدّ العام في مفكوك ذات الحدَّين ٦٥

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثامنة ٦٨

الوحدة التاسعة: التوزيع الاحتمالي

٩–١ استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات ٧٣

٩–٢ المتغير العشوائي المنفصل (المتقطع) ٧٥

٩–٣ القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي المنفصل ٧٨

تمارين مراجعة نهاية الوحدة التاسعة ٨٢

الوحدة العاشرة: توزيع ذي الحدَّين والتوزيع الهندسي

١٠–١ توزيع ذي الحدَّين ٨٦

١٠–٢ التوقع والتباين لتوزيع ذي الحدَّين ٨٩

١٠–٣ التوزيع الهندسي ٩٢

١٠–٤ التوقع للتوزيع الهندسي ٩٤

تمارين مراجعة نهاية الوحدة العاشرة ٩٦

الوحدة الحادية عشرة: الهندسة ثلاثية الأبعاد

١١–١ النظام الإحداثي ثُلاثيّ الأبعاد ٩٩

١١–٢ نقطة المنتصف والمسافة بين نقطتين في الفضاء ١٠٤

١١–٣ الزوايا والمساحات في الفضاء ١٠٩

١١–٤ المسلّمات والنظريات ١١٢

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الحادية عشرة ١١٦

كيف تستخدم هذا الكتاب؟

سوف تلاحظ خلال هذا الكتاب ميزات خاصة تم تصميمها لتساعدك على التعلم. يعطي هذا الجزء صورة مختصرة لهذه الميزات.

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٧-١ تذكر القيمة المطلقة لأي عدد أو عبارة معطاة وتستخدمها.

٧-٢ تعرّف دالة الصحيح وتستخدمها.

٧-٣ ترسم منحنيات دالة المطلق ودالة الصحيح، وتستخدمها لحل المسائل.

٧-٤ تحوّل بين الصورة اللوغاريتمية والصورة الأسية ذات الأساس 'أ'

٧-٥ تبسّط اللوغاريتمات باستخدام قوانين اللوغاريتم، مع ثبات الأساس.

٧-٦ تحوّل بين الصورة اللوغاريتمية والصورة الأسية ذات الأساس ١٠

الأهداف التعليمية: تدل على المفاهيم المهمة في كل وحدة وتساعدك في تصفح الكتاب بطريقة منهجية.

مساعدة

إذا كانت ص = هـ^{س}، فإن س = لط ص

يمكن كتابة لط ص في صورة لـوهـ ص

مساعدة: إطارات تتضمن نصائح وإرشادات مفيدة حول محتوى الكتاب.

تمارين مراجعة نهاية الوَحدة السابعة

١) حلّ المعادلة لط (س^{٢} + ١) = ١ + ٢ لط س

تمارين مراجعة نهاية الوحدة:

تحتوي مراجعة نهاية الوحدة على أسئلة تحاكي أسئلة الاختبار تغطي جميع الموضوعات في الوحدة. يمكنك استخدام هذه الأسئلة للتحقق من فهمك للموضوعات التي درستها.

توجد في كل وحدة تمارين متعددة تحتوي على أسئلة تدريبية. تم ترميز الأسئلة كالآتي:

- تركز هذه الأسئلة على حل المسائل.
- تركز هذه الأسئلة على البراهين.
- تركز هذه الأسئلة على النمذجة.
- تتضمّن بعض التمارين أسئلة لا ترتبط مباشرة بالهدف التعليمي المحدّد للدرس، وقد تم ترميزها بنجمة صفراء.
- يجب ألّا تستخدم الآلة الحاسبة عند حل هذه الأسئلة.

الوحدة السابعة
المزيد من الدوال
More functions

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٧–١ تذكر القيمة المطلقة لأي عدد أو عبارة معطاة وتستخدمها.

٧–٢ تعرّف دالة الصحيح وتستخدمها.

٧–٣ ترسم منحنيات دالة المطلق ودالة الصحيح، وتستخدمها لحل المسائل.

٧–٤ تحوّل بين الصورة اللوغاريتمية والصورة الأسية ذات الأساس 'أ'

٧–٥ تبسّط اللوغاريتمات باستخدام قوانين اللوغاريتم، مع ثبات الأساس.

٧–٦ تحوّل بين الصورة اللوغاريتمية والصورة الأسية ذات الأساس ١٠

٧–٧ تفهم خصائص كل من هـ^س و لط (س) ومنحنياتهما. والعلاقة بينهما كدوال عكسية.

٧–٨ تحل المعادلات الأسية.

٧–٩ تحل المعادلات اللوغاريتمية.

٧–١ دالة المطلق

تمارين ٧-١

١) حلّ كلًّا مما يأتي:

أ) |س + ٢| = ٥

ب) |س − ١| = ٧

ج) |٢س − ٣| = ٣

د) |٣س + ١| = ١٠

هـ) |س + ١| = |٢س − ٣|

و) |س − ٣| = |٣س + ١|

ز) |٢س + ١| = |٣س + ٩|

ح) |٥س + ١| = |١١ − ٢س|

مساعدة

|أ| = |ب| ⇔ أ^٢ = ب^٢

٢) حل المعادلتَين الآتيتَين:

أ) س + |٢س − ١| = ٣

ب) ٣ + |٢س − ١| = س

٣) حل المعادلات الآتية:

أ) |س^{٢}−٤| = ١٢

ب) |٦ + س| = ٥س

ج) |س^{٢} + ٣س| = س + ١

د) |س^{٢}− ٤| = ٤س + ١

هـ) |٣س^{٢}−٢س| = ١

و) |س^{٢} − ٣س + ٦| = ٤ + ٢س

٤) حل كلًّا مما يأتي من المعادلات آنيًّا:

أ) س + ٢ص = ٤

|س + ٢| + ص = ٥

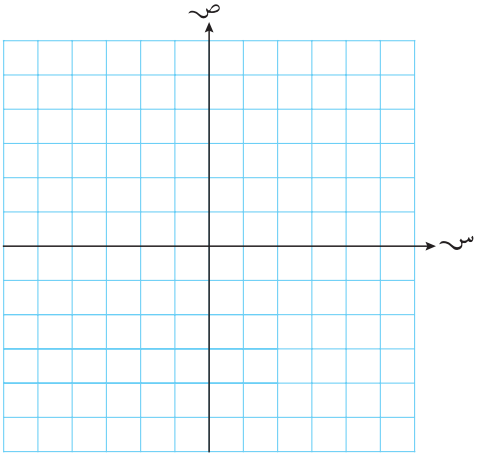
ب) ٣س + ص = ٠

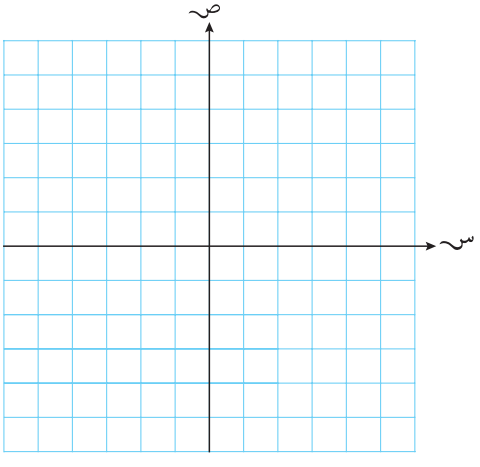
ص = |س^{٢} − ٢س|

٥) مثل بيانيًّا كل دالة من الدوال الآتية مبينًا إحداثيات نقاط تقاطعها مع المحورين:

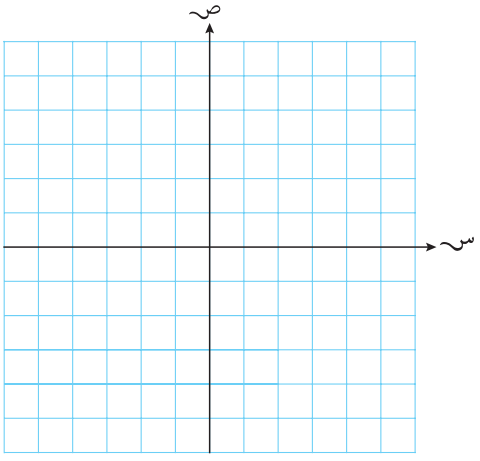
أ) ص = |س − ٤|

ب) ص = |٥ − ٢س|



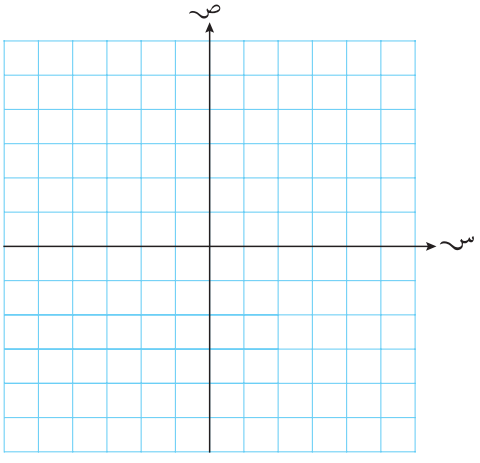


ج ص = $\left|\frac{١}{٤}س - ٣\right|$

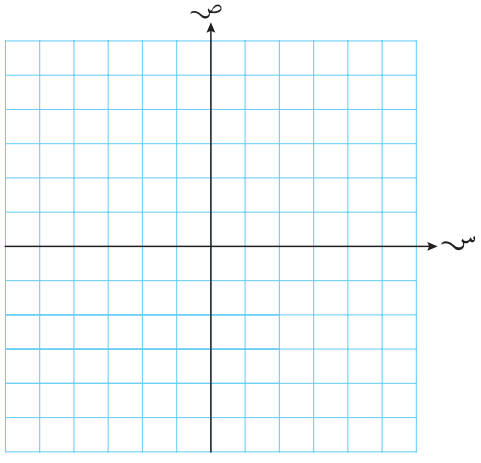


٦) مثل بيانيًّا كل دالة من الدوال الآتية:

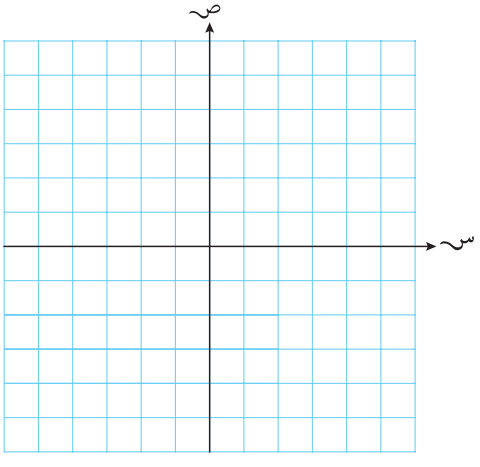
أ ص = |س + ٣|



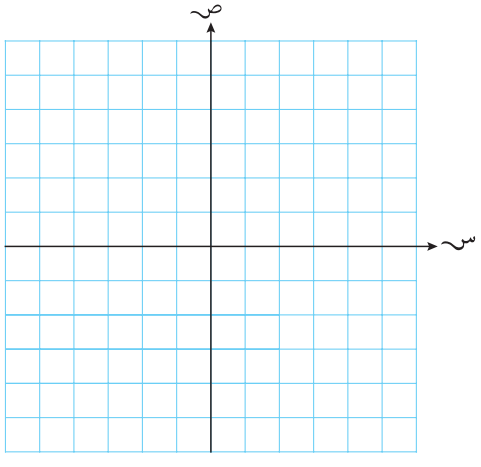
ب ص = |٣س − ١|



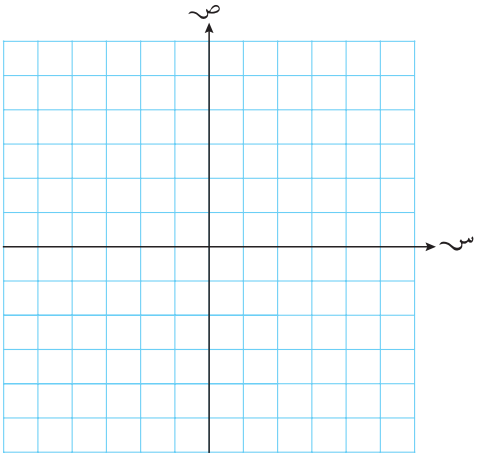
ج ص = |س − ٥|



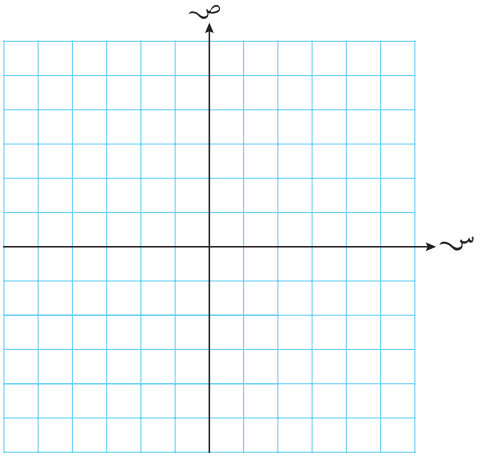
د ص = |٣ − ٢س|



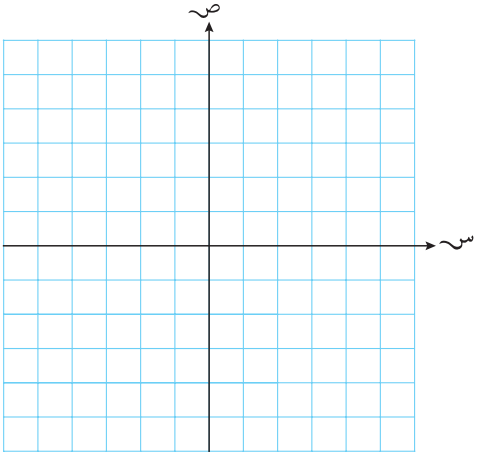
هـ ص = ٢|س + ١|



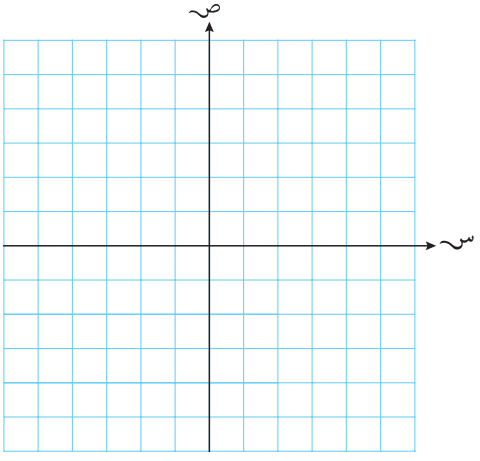
و ص = ٣|س − ٢|



ز ص = −٢|٢س − ١|

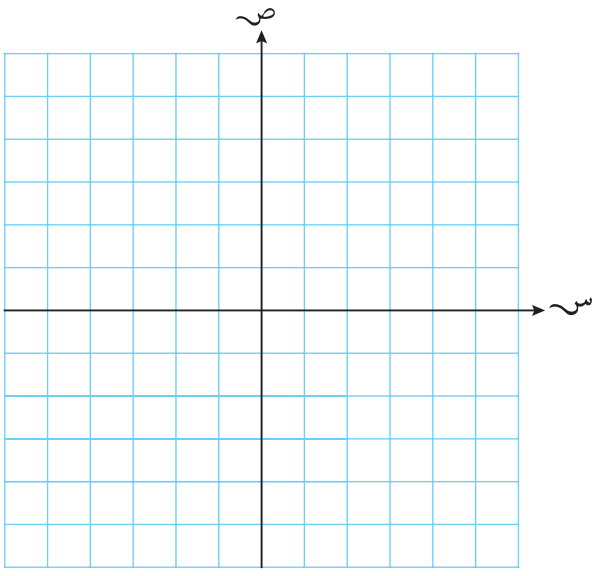


ح ص = ٣|٢ − ٣س|



٧) إذا علمت أن د(س) = ٣ − |٢س − ٣| حيث −٢ < س < ٦، فأوجد مدى الدالة د.

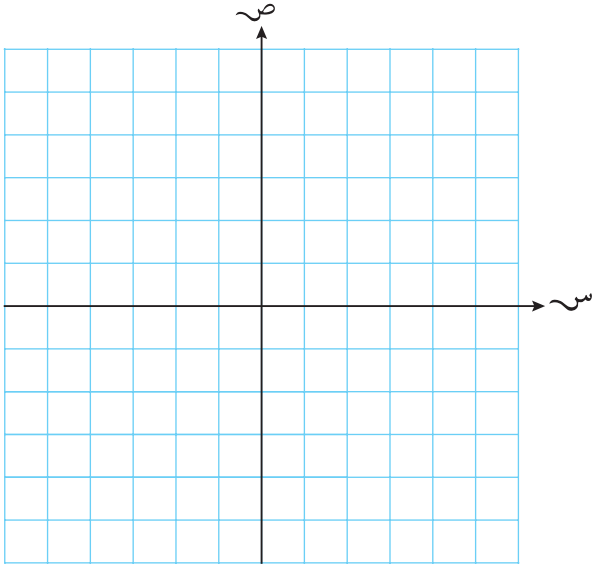
٨) أ مثل بيانيًّا الدالة ص = |٢س − ٣| + ١ حيث −٢ < س < ٦؛ مبينًا إحداثيات نقطة الرأس والمقطع من المحور الصادي.



ب على المخطط نفسه، ارسم المستقيم ص = ٥ − س

ج استخدم التمثيل البياني لحل المعادلة |٢س − ٣| + ١ = ٥ − س

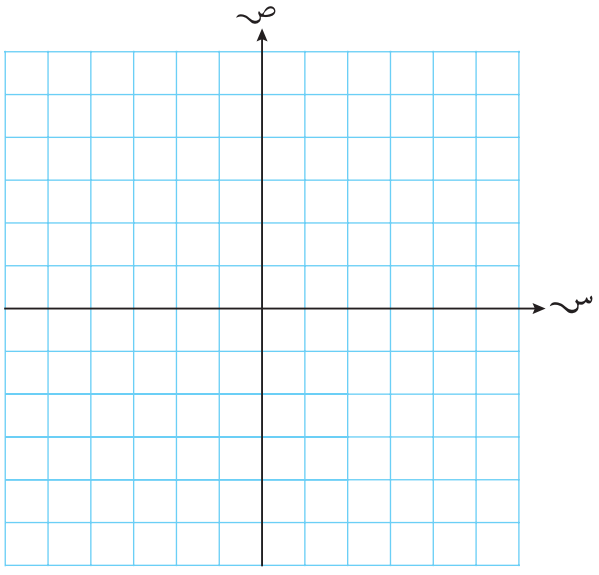
٩) أ مثل بيانيًّا الدالة ص = |٢س − ١| حيث −٤ < س < ٦ مبينًا إحداثيات نقطة الرأس ونقطة تقاطع التمثيل البياني مع المحور الصادي.



ب على المخطط نفسه، ارسم التمثيل البياني للدالة ص = |٣ − س|

ج استخدم التمثيل البياني لحل المعادلة |٢س − ١| = |٣ − س|

١٠) أ مثل بيانيًّا الدالة ص = |٢س + ١| + |١ − س|



ب استخدم التمثيل البياني لحل المعادلة |٢س + ١| + |١ − س| = ٣

٧-٢ دالة الصحيح

تمارين ٧-٢

١) أوجد قيمة كل مما يأتي:

أ $[\ ٠,٩٩٩\ ]$

ب $\left[\ \frac{١٥}{٩}\ \right]$

ج $[\ -١١\ ]$

د $[\ (٢,٥)^{٢}\ ]$

هـ $[\ (-١,٥)^{٣}\ ]$

و $[\ \sqrt{٨٠}\ ]$

٢) أوجد قيمة كل مما يأتي:

أ $\left[\ \frac{٥}{٣} - ٤\ \right]$

ب $\left[\ \frac{٥}{٣}\ \right] - [\ ٤\ ]$

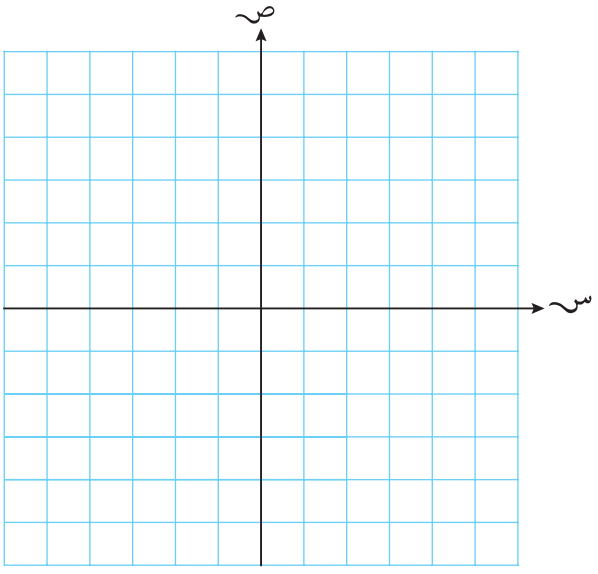
ج $\left[\ \frac{١}{٢} + \frac{٢٥}{٧}\ \right]$

د $\left[\ \frac{٢٥}{٧}\ \right] + \left[\ \frac{١}{٢}\ \right]$

هـ $\left[\ ١٠ \times \frac{١}{٤}\ \right]$

و $[\ ١٠\ ] \times \left[\ \frac{١}{٤}\ \right]$

٣) أ ارسم التمثيل البياني للدالتَين ص = [س] ، ص = ٢س على الفترة −٤ ≤ س ≤ ٤ وعلى المستوى الإحداثي نفسه.



ب استخدم إجابتك في الجزئية (أ) لتحل المعادلة [س] = ٢س، ثم اشرح سبب وجود حلَّين للمعادلة.

٤) ★ استخدم التمثيل البياني لحل المعادلة | [س] | = س + ١,٥

٧-٣ الدالة اللوغاريتمية

٧-٣أ اللوغاريتم للأساس أ

تمارين ٧-٣أ

١) حوّل كلًّا مما يأتي من الصورة الأسّية إلى الصورة اللوغاريتمية:

أ) $٥^{٣} = ١٢٥$

ب) $٢^{٦} = ٦٤$

ج) $٣^{-٣} = \frac{١}{٢٧}$

د) $٢^{-٧} = \frac{١}{١٢٨}$

هـ) $٣^{س} = ١٧$

و) $س^{ص} = ٥$

ز) $أ^{ب^{٢}} = ج$

ح) $س^{ص^{٣}} = ٠,٥$

تذكّر

لكل س ∈ ع،
ص > ٠، أ > ٠،
أ ≠ ١ يكون:
ص = $أ^{س}$ ،
س = لـو$_{أ}$ ص
لـو$_{أ}$ أ = ١
لـو$_{أ}$ ١ = ٠
لـو$_{أ}$ $أ^{س}$ = س
$أ^{لـو_{أ} س}$ = س

٢) حوّل كلًّا مما يأتي من الصورة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسّية:

أ) لـو$_{٣}$ ٣٢ = ٥

ب) لـو$_{٣}$ ٢٤٣ = ٥

ج) لـو$_{٢}$ ١ = ٠

د) لـو$_{\frac{١}{٤}}$ ٤ = $\frac{١}{٣}$

هـ) لـو$_{٣}$ $\frac{١}{٢٧}$ = −٣

و) لـو$_{٢}$ ص = ٦

ز) لـو$_{س}$ ١ = ٠

ح) لـو$_{س}$ ٦ = ٢ص

٣) أوجد قيمة س في كلٍّ مما يأتي:

أ) $\text{لـو}_{٣}(س + ٥) = ٢$

ب) $\text{لـو}_{٢}(٣س - ١) = ٥$

ج) $\text{لـو}_{ص}(٧ - ٢س) = ٠$

٤) دون استخدام الآلة الحاسبة، أوجِد قيمة كلٍّ من:

أ) $\text{لـو}_{٣}\frac{١}{٣}$

ب) $\text{لـو}_{٦}٢١٦$

ج) $\text{لـو}_{٥}٢٥$

د) $\text{لـو}_{٥}٠,٠٤$

هـ) $\text{لـو}_{٢}\left(\frac{١}{١٦}\right)$

و) $\text{لـو}_{٣}(٣\sqrt[٣]{٣})$

ز) $\text{لـو}_{٣}\left(\frac{\sqrt[٤]{٣}}{٣}\right)$

ح) $\text{لـو}_{٥}\left(\frac{\sqrt[٣]{٥}}{٥}\right)^{٣}$

٥) بسّط كلًّا مما يأتي:

أ) $\text{لـو}_{س}(س)^{٤}$

ب) $\text{لـو}_{س}(\sqrt[٤]{س})$

ج) $\text{لـو}_{س}(س^{٥}\sqrt{٧س})$

د) $\text{لـو}_{س}\left(\frac{١}{س^{٢}}\right)$

هـ) $\text{لـو}_{س}\left(\frac{١}{س^{٣}}\right)^{٤}$

و) $\text{لـو}_{س}(\sqrt[٣]{٧س})$

ز) $\text{لـو}_{س}\left(\frac{س^{٣}}{\sqrt[٣]{س}}\right)$

ح) $\text{لـو}_{س}\left(\frac{س^{٢}}{\sqrt{٧س}}\right)^{٤}$

٦) أوجِد $د^{-1}(س)$ للدالة د: س $\mapsto$ ٣ + لـو$_{٣}$ (س + ١)، ∀ س ∈ ع، س > −١

٧) حل كلًّا مما يأتي:

أ) لـو$_{٤}$ (لـو$_{٣}$ س) = ١

ب) لـو$_{٣}$ ٩$^{(١٫٥ - س)}$ = س^{٢}

٨) أوجِد قيمة ص في كل مما يأتي:

أ) لـو$_{ص}$ ٤٩ = ٢

ب) لـو$_{٤}$ ص = −٣

ج) لـو$_{٣}$ ٨١ = ص

د) لـو$_{١٠}$ ص = −١

هـ) لـو$_{٣}$ ص = ٢٫٥

و) لـو$_{ص}$ ١٢٩٦ = ٤

ز) لـو$_{\frac{١}{٢}}$ ص = ٨

ح) لـو$_{\frac{١}{٢}}$ ١٠٢٤ = ص

ط) لـو$_{ص}$ ٢٧ = −٦

٧-٣ ب قوانين اللوغاريتمات

تذكّر

إذا كان س، ص عددَين موجبَين، أ > ٠، أ ≠ ١ فإن:

$لـو_{أ} (س ص) = لـو_{أ} س + لـو_{أ} ص$

$لـو_{أ} \left(\frac{س}{ص}\right) = لـو_{أ} س - لـو_{أ} ص$

$لـو_{أ} س^{م} = م لـو_{أ} س$

$لـو_{أ} \left(\frac{١}{س}\right) = - لـو_{أ} س$

إذا كان $لـو_{أ} (س) = لـو_{أ} (ص)$ فإن س = ص

انتبه $\frac{لـو_{س} ٨}{لـو_{س} ٢} \neq \frac{٨}{٢}$، $\frac{لـو_{س} ٨}{لـو_{س} ٢} \neq لـو_{س} ٤$

اكتب $\frac{لـو_{س} ٨}{لـو_{س} ٢}$ في صورة $\frac{لـو_{س} ٢^{٣}}{لـو_{س} ٢}$، ثم $\frac{٣ لـو_{س} ٢}{لـو_{س} ٢} = ٣$

تمارين ٧-٣ ب

١) دون استخدام الآلة الحاسبة، بسّط $\frac{لـو_{٥} ١٢٥}{٢ لـو_{٥} ٢٥}$ مبيّنًا خطوات الحل:

٢) بسط كلًّا مما يأتي:

أ ١) $٧ لـو_{أ} س - ٢ لـو_{أ} س$

٢) $٢ لـو_{أ} س + ٣ لـو_{أ} س'$

ب ١) $(\log_{أ} س - ١)(\log_{أ} ص + ٣)$

ب ٢) $(\log_{أ} س + ٢)^{٢}$

ج ١) $\frac{\log_{٧} أ + \log_{٧} ب}{\log_{٧} أ \log_{٧} ب}$

ج ٢) $\frac{(\log_{٥} أ)^{٢} - ١}{\log_{٥} أ - ١}$

٣) اكتب كلًّا مما يأتي بدلالة س:

أ ١) $\log_{٣} س = ص$

أ ٢) $\log_{٤} س = ٢ص$

ب ١) $\log_{أ} س = ١ + ص$

ب ٢) $\log_{أ} س = ص^{٢}$

ج ١) $\log_{س} ٣ص = ٣$

ج ٢) $\log_{س} ص = ٢$

د ١) $ص = ٢ + \log_{٣} س$

د ٢) $\log_{أ} ص = \log_{أ} س - ٢$

٤) بسّط كلًّا ممّا يأتي علمًا بأن ب > ٠

أ ١) لـو$_{ب}$ ب^{٤}

٢) لـو$_{ب}$ $\sqrt{ب}$

ب ١) لـو$_{\sqrt{ب}}$ ب^{٣}

٢) لـو$_{ب}$ ب^{٢} – لـو$_{ب}$ $\sqrt{ب}$

٧-٣ ج اللوغاريتم الاعتيادي (اللوغاريتم للأساس ١٠)

تذكّر

إذا كانت ص = ١٠^س، فإن س = لـو$_{١٠}$ ص ، حيث ص > ٠

تمارين ٧-٣ ج

١) حوّل كلًّا مما يأتي من الصورة الأسّية إلى الصورة اللوغاريتمية:

أ) ١٠^٣ = ١٠٠٠ ب) ١٠^س = ٥٠٠ ج) ١٠^س = ٠,٠٢

٢) حوّل كلًّا مما يأتي الصورة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسّية:

أ) لـو$_{١٠}$ ١٠٠٠٠٠ = ٥ ب) لـو$_{١٠}$ س = ١,٠٣ ج) لـو$_{١٠}$ س = -٠,٢

٣) حل كل معادلة من المعادلات الآتية مقرّبًا الناتج إلى ٣ أرقام معنوية:

أ) ١٠^س = ١٢ ب) ١٠^س = ٤,٢٤ ج) ١٠^س = ٠,٦٩

٤) حل كل معادلة من المعادلات الآتية حيث س > ٠ مقرّبًا الناتج إلى ٣ أرقام معنوية:

أ) لـو$_{١٠}$ س = ١,٣٣ ب) لـو$_{١٠}$ س = ٣,٧٦ ج) لـو$_{١٠}$ س = -١,٦

٥) دون استخدام الآلة الحاسبة، أوجِد قيمة كل مما يأتي:

أ) لـو١٠٠٠٠ ب) لـو ٠,٠٠٠٠١

ج) لـو $(\sqrt[10]{١٠٠})$ د) لـو $(\sqrt[4]{١٠})$

تذكّر

يمكن كتابة لو$_{١٠}$ س في صورة لو س، حيث س ∈ ع+

هـ لـو $(100\sqrt[4]{10})$

و لـو $\left(\frac{10000}{\sqrt[7]{1000}}\right)$

٦) حل المعادلة لـو$_{10}$ (٣س + ١) = ٢

٧) أوجِد $د^{-1}$(س) للدالة د: س ↦ $10^{2س}$ + ٥، ∀ س ∈ ع .

٨) ★ حل المعادلات الآتية آنيًّا: (لـو س)^2 − (لـو ص)^2 = ٦ ، لـو س + لـو ص = ٤ مقرّبًا الناتج إلى ٣ أرقام معنوية.

٩) اكتب كلًّا ممّا يأتي بدلالة لـو س، لـو ك، لـو ص:

أ لـو(س ك ص)

ب لـو (س ك^2 ص^3)

ج لـو (١٠٠ س ص^5)

د لـو $\sqrt{\frac{س}{س^{٢} ص}}$

هـ لـو $\frac{س ك}{ص^{٢}}$

و لـو $\frac{١}{س ك ص}$

ز لـو $\sqrt[٧]{\frac{س}{ص}}$

ح لـو $\frac{س ص^{٧} ك}{١٠}$

ط لـو $\sqrt{\frac{١٠ س^{١٠} ص}{ك}}$

١٠) إذا علمت أن س = لـو أ، ص = لـو ب، ع = لـو ج، فاكتب كلًّا ممّا يأتي بدلالة س، ص، ع:

أ ١) لـو $ب^{٧}$

٢) لـو $أ^{٢} ب$

ب ١) لـو $\left(\frac{أ ب^{٢}}{ج}\right)$

٢) لـو $\left(\frac{أ^{٢}}{ب ج^{٣}}\right)$

ج ١) لـو $\frac{١٠٠}{ب ج^{٥}}$

٢) لـو (٥ب) + لـو $(٢ج^{٢})$

د ١) لـو $أ^{٣} - ٢$ لـو $أ ب^{٢}$

٢) لـو (٤ب) + ٢ لـو (٥ أ ج)

١١) إذا علمت أن س = لـو أ، ص = لـو ب، ع = لـو جـ، فاكتب كلًّا ممّا يأتي بدلالة س، ص، ع:

أ لـو (أ^{٢} ب)

_____

_____

_____

ب لـو $\frac{١٠٠أ}{\sqrt{جـ}}$

_____

_____

_____

٧-٣ د اللوغاريتم الطبيعي (اللوغاريتم للأساس هـ)

تمارين ٧-٣ د

١) دون استخدام الآلة الحاسبة، أوجِد قيمة كل مما يأتي:

أ) هـ$^{\text{لط }٢}$

ب) هـ$^{\frac{١}{٢}\text{لط }٤}$

ج) ٣هـ$^{\text{لط }٤}$

د) هـ$^{-\text{لط}\frac{١}{٤}}$

٢) استخدم الآلة الحاسبة لتجد قيمة كلٍّ مما يأتي مقربة إلى ٣ أرقام معنوية:

أ) هـ^{٢}

ب) هـ^{٠,٥}

ج) هـ^{١,٨}

د) هـ$^{-٣}$

٣) استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كلٍّ مما يأتي مقرّبًا الناتج إلى ٣ أرقام معنوية:

أ) لط ١

ب) لط ٠,٥

ج) لط (−١)

د) لط (٠,١)

٤) حلّ المعادلات الآتية:

أ) هـ$^{\text{لط س}}$ = ١

ب) لط هـ^{س} = ١

مساعدة

لط هـ^{س} = س،
حيث س ∈ ع
هـ$^{\text{لط س}}$ = س،
حيث س > ٠

ج) $هـ^{٢ لط س} = ١٦$

د) $هـ^{-لط س} = ٢$

٥) حلّ، واكتب الناتج مقرّبًا إلى ٣ أرقام معنوية:

أ) $هـ^{س} = ١$

ب) $هـ^{٢س} = ١٦$

ج) $هـ^{(س + ٤)} = ١٠$

د) $هـ^{(٢س - ٣)} = ٢٣$

مساعدة

إذا كانت ص = $هـ^{س}$، فإن س = لط ص

يمكن كتابة لط ص في صورة لـ$_{هـ}$ ص

٦) اكتب قيمة س في كل مما يأتي بدلالة اللوغاريتم الطبيعي:

أ) $هـ^{س} = ١١$

ب) $هـ^{٤س} = ٧$

ج) $هـ^{(٢س - ١)} = ٨$

د) $هـ^{(\frac{١}{٢}س + ٣)} = ٢$

٧) أوجد قيمة س في كل مما يأتي مقرّبًا الناتج إلى ٣ أرقام معنوية:

أ) لط س = ٢

ب) لط س = -٢

ج) لط$(س - ٣) = ٨$

د) لط$(٣س + ١) = -١$

هـ لط(٤ − س^{٢}) = لط(س)

و لط(س + ٤) − لط(س) = لط(٣س + ١)

ز ٣ لط(س + ١) = − لط(٢س − ١)

ح لط(س + ١) = لط س + ٢ لط ٣

ط لط(س + ٣) − لط س = ٤

ي لط(١ + س^{٢}) = ١ + ٢ لط س

٨) عبّر عن ص بدلالة س في كلٍّ مما يأتي:

أ لط ص = −٠,٥ − ٥ لط س

ب لط ص = ٠,٧ + ٢ لط س

٧-٤ حلّ المعادلات الأسّية

تمارين ٧-٤

١) أوجد قيمة س مقربة إلى ٣ أرقام معنوية:

أ) ١) $٣ \times ٤^{س} = ٩٠$

٢) $١٠٠٠ \times (١,٠٢)^{س} = ١٠٠٠٠$

ب) ١) $٦ \times ٧^{(س + ١)} = ١,٢$

٢) $٥ \times ٢^{(٢س - ٥)} = ٩٤$

ج) ١) $٣^{٢س} = ٤^{(س - ١)}$

٢) $٥^{س} = ٦^{(س - ١)}$

د) ١) $٣ \times ٢^{٣س} = ٧ \times ٣^{(٣س - ٢)}$

٢) $٤ \times ٨^{(س - ١)} = ٣ \times ٥^{(٢س + ١)}$

٢) حلّ المعادلة $٥^{(٤س + ٣)} = ٢٨$ مقرّبًا الناتج إلى ٣ أرقام معنوية.

٣) حلّ المعادلة $٤ \times ٣^{(س - ٥)} = ١$

٤) حلّ المعادلة $١٠^{س} = ٥ \times ٢^{(٣س)}$ واكتب الناتج في صورة س = $\frac{لـو\ د}{ك + لـو\ ر}$ حيث، ك، ر، د أعداد ثابتة.

٥) حلّ المعادلة $٢^{(٣س - ١)} = ٥^{(٢ - س)}$ ، واكتب الناتج في صورة س = $\frac{لـو\ أ}{لـو\ ب}$ حيث أ، ب عددان ثابتان.

٦) حل المعادلات الآتية:

أ ١) $٤^{س} - ٥ \times ٢^{س} + ٦ = ٠$

٢) $٩^{س} - ٦ \times ٣^{س} + ٨ = ٠$

ب ١) $٩^{س} - ٨ \times ٣^{س} = ٩$

٢) $٢٥^{س} - ٥^{س} = ٦$

ج ١) $٢٥^{س} - ١٥ \times ٥^{س} + ٥٠ =$

٢) $٤^{س} - ٧ \times ٢^{س} + ١٢ = ٠$

د ١) $لـو_{٤} س = (لـو_{٤} س^{٢})^{٢}$

٢) $(لـو_{٣} س)^{٢} - ٣ لـو_{٣} س + ٢ = ٠$

٧) حل المعادلة $٤^{س} - ١٠ \times ٢^{س} + ١٦ = ٠$

٧-٥ حل المعادلات اللوغاريتمية

تذكّر

لـو س + لـو ص = ٢ لـو س = لـو س^{٢}

لـو س × لـو ص = (لـو س)^{٢}

تمارين ٧-٥

١) أوجد حل كلٍّ من المعادلات الآتية:

أ) لـو$_{١٠}$ (٩س + ١) = ٣

ب) لـو$_{٨}$ $\sqrt{٧ - ١ - س}$ = $\frac{١}{٣}$

ج) ٣(١ + لـو س) = ٦ + لـو س

د) (لـو$_{٣}$ س)^{٢} = ٤

٢) ★ حلّ المعادلات الآتية آنيًّا:

$\log_{٣}$ س + $\log_{٥}$ ص = ٦

$\log_{٣}$ س − $\log_{٥}$ ص = ٢

٣) أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

أ ١) $\log_{٣}\left(\frac{٢ + س}{٢ - س}\right) = ١$

٢) $\log_{٢}$ (٧س + ٤) = ٥

ب ١) $\log_{٣}$ س − $\log_{٣}$(س − ٦) = ١

٢) $\log_{٨}$ س − ٢ $\log_{٨}\left(\frac{١}{س}\right) = ١$

ج ١) $\log_{٣}$ (س − ٧) + $\log_{٣}$(س + ١) = ٢

٢) ٢ $\log$ (س − ٢) − $\log$ (س) = ٠

٤) أوجِد قيمة س حيث ٣$\log_{ب}$ س = $\log_{ب}$ ٦٤ حيث س > ٠

٥) حل كلًّا من المعادلات الآتية:

أ) لـو (٣س + ٦) = لـو (٣) + ١

ب) لـو (س + ٥) − ١ = لـو (س − ١)

ج) لـو$_{٢}$ (س + ٢) = ٣ − لـو$_{٢}$ س

تمارين مراجعة نهاية الوحدة السابعة

١) حلّ المعادلة لط $(س^{٢} + ١) = ١ + ٢$ لط س

٢) حلّ المعادلة $٢هـ^{٢س} - ٩هـ^{س} + ٤ = ٠$، ثم ضع الناتج في صورة ك لط ٢، حيث ك عدد ثابت.

تذكّر

لكل أساس أ $>$ ٠،

لـو$_{أ}$ أ = ١

لـو$_{أ}$ ١ = ٠

٣) حلّ المعادلة $٥^{(٢س + ١)} - ١٤ \times ٥^{س} - ٣ = ٠$

٤) ★ إذا علمت أن $٣^{س} \times ٤^{(٢س + ١)} = ٦^{(س + ٢)}$، فبيّن أن س = $\frac{\text{لـو } ٩}{\text{لـو } ٨}$

٥) حلّ المعادلات الآتية آنيًّا:

لـو س + لـو $ص^{٢} = ٨$

لـو $س^{٢}$ + لـو ص = ٦

٦) إذا علمت أن ص = لط س − لط(س + ٢) + لط(٤ − س^{٢})، فاكتب س بدلالة ص.

٧) أوجِد قيم س حيث (لـو$_{٣}$ س)^{٢} = لـو$_{٣}$ س^{٣} − ٢

٨) إذا علمت أن د(س) = ١ + هـ$^{(٢س - ٣)}$

أ أوجِد د$^{-١}$(س).

ب اذكر العلاقة الهندسية بين منحنى د(س)، ومنحنى د$^{-١}$(س).

٩) إذا كان ك > ٠، فأوجد حل المعادلة |س − ك| = |٢س − ك| بدلالة ك.

١٠) حل المعادلات الآتية:

أ |س| = |١ − ٢س|

ب $|س + ١| = |٢س - ٣|$

ج $|س^{٢} - ١٠| = ٦$

الوحدة الثامنة
التباديل والتوافيق Permutations and combinations

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٨–١ تتعرف على مضروب العدد، وصيغة مضروب العدد وتستخدمه.

٨–٢ تحسب قيمة العبارات التي تتضمن مضروب العدد باستخدام الآلة الحاسبة.

٨–٣ تبسّط عبارات عددية تتضمن مضروب العدد.

٨–٤ تحسب عدد التباديل لـ **ن** عنصرًا مختلفًا، وعدد تباديل **ر** عنصرًا من **ن** عنصرًا.

٨–٥ تحسب عدد التوافيق لـ **ر** عنصرًا من **ن** عنصرًا مختلفًا.

٨–٦ تستخدم مثلّث باسكال لتجد مفكوك $(أ + ب)^{ن}$ حيث **ن** عدد صحيح موجب.

٨–٧ تستخدم $\binom{ن}{ر}$ ومضروب العدد لإيجاد معامل حدّ في مفكوك ذات الحدَّين.

٨–٨ تستخدم مفكوك $(أ + ب)^{ن}$، حيث **ن** عدد صحيح موجب، لإيجاد حدّ معيّن في مفكوك $(أ س + ب)^{ن}$ حيث تكون فيه قوى س محددة.

٨–١ مضروب العدد

تمارين ٨–١

١) دون استخدام الآلة الحاسبة، أوجد قيمة كلّ مما يأتي:

أ $\frac{١}{!٣} \times !٦$

ب $\frac{١}{!٣ \times !٢} \times !٤$

ج $٩ \times !٥ - ٢٧ \times !٤$

د $\frac{١٥ \times !٩ - ١٠ \times !٨}{!٥ \times ١٠}$

٢) استخدم المضروب لحساب التكلفة الكلية لسبع قطع حلوى ثمن الواحدة منها ٨ ريالات عُمانية، وستّة مغلفات من البسكويت ثمن الواحد منها ٥ ريالات عُمانية.

٣) مستطيل مساحته (٥! − ٣!) سم^{٢}، وعرضه ٣! سم. أوجِد طول المستطيل.

٤) اكتب العدد ٤٦٠٨ باستخدام المضروب والقوى فقط.

٥) بيّن أن $\frac{٤!}{٨!} = \frac{٣!}{٧! \times ٢!}$

٦) ★ مثلث قائم الزاوية طول ضلعي القائمة فيه هما أ! $\sqrt{}$ب! سم، $\sqrt{٦!}$ سم. وطول الوتر $\sqrt{(٧!)}$ سم، أوجد قيمتَي أ ، ب

٨-٢ التباديل

٨-٢ أ تباديل ن من العناصر المختلفة

تمارين ٨-٢ أ

١) كم عددًا مختلفًا يتضمّن ٧ أرقام يمكن كتابته باستخدام كل الأرقام ١، ٣، ٤، ٦، ٧، ٨، ٩؟

٢) تحضّر عائلة وجبة من ستة أطباق احتفاءً باستقبال ابنها العائد إلى الوطن. بكم ترتيب مختلف يمكن للعائلة أن تقدم أطباقها؟

٣) بكم طريقة مختلفة يمكنك ترتيب كل مما يأتي في صف مستقيم:

أ ستّ ورود حمراء.

ب أربع ورود صفراء.

ج ستّ ورود حمراء، وأربع ورود صفراء.

٤) يبدأ ١٢٠ رياضيًّا سباق ماراثون. يخرج ثلاثة أرباعهم بالتحديد من السباق قبل الوصول إلى النهاية. بكم ترتيب مختلف يمكن لهؤلاء الذين ينهون السباق أن يعبروا خط النهاية؟ يمكنك افتراض أن اللاعبين يعبرون الخط كلّ بمفرده.

٥) أوجِد أصغر قيمة ممكنة لـ **ك**، بحيث يمكن ترتيب نصف **ك** من الكتب على رفّ مكتبة في صف بأكثر من مليون طريقة مختلفة.

٦) يمكن ترتيب ٧ معلمين، **ن** طالب في خط مستقيم من خلال $٣^{٤} \times ٥^{٢} \times ٧ \times ١١ \times ن^{ن}$ طريقة مختلفة. أوجِد عدد الطرق التي يمكن من خلالها ترتيب الطلاب وحدهم في خط مستقيم.

٧) يتم التخطيط لبناء ثلاثة أبراج على تلال مطلة على ثلاث مدن، يبنى كل برج مواجهًا الشمال أو الجنوب أو الشرق أو الغرب.

اتفق أعضاء المجالس البلدية في اجتماع على أنه يمكن إتمام الأمر بـ ٢٤ طريقة مختلفة. وطريقة تفكيرهم توحي بأنه يوجد ٣! طرق لبناء برج على كل تلة، وبأربع اتجاهات محتملة، أي ٣! × ٤ = ٢٤

يخالف المهندس الذي صمم هذه الأبراج هذا الرأي، قائلًا أنه يوجد أكثر من ٢٤ طريقة مختلفة لترتيبها. ما الخطأ الذي ارتكبه أعضاء المجالس في حساباتهم؟ أوجِد العدد الفعلي للطرق التي يمكن من خلالها بناء الأبراج.

٨-٢ ب تباديل ن عنصرًا مع السماح بالتكرار

تمارين ٨-٢ ب

١) أوجِد عدد التباديل المختلفة لأحرف العبارتَين الآتيتَين:

أ افتح يا سمسم

ب الريال العماني

٢) كم عددًا مختلفًا مكوّنًا من عشرة أرقام يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام العشرة
١، ١، ٢، ٢، ٣، ٣، ٤، ٤، ٥، ٥

٣) نريد وضع أربعة من طيور الكناري وثلاثة عصافير موزّعة على سبعة أقفاص. اشرح أن عدد الطرق التي يمكن بها القيام بهذا الأمر هو ٧! = ٥٠٤٠ وليس $\frac{٧!}{٤! \times ٣!}$ = ٣٥

٤) كتبت زهرة أربع قصائد وخمس قصص قصيرة، وسيتم نشرها جميعًا في كتاب واحد. بكم طريقة مختلفة يمكن وضع هذه القطع الأدبية في الكتاب؟

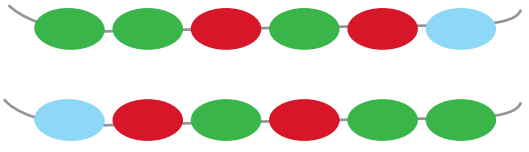
٥) تمّ ترتيب اثنين X وأربعة أحرف أخرى من حروف الأبجدية الإنجليزية الـ ٢٥ المتبقية في صف. حدد عدد التباديل الممكنة في كل مما يأتي:

أ) الأحرف الأربعة الأخرى كلها Z.

ب) الأحرف الأربعة الأخرى كلها من الحرف نفسه.

ج) الأحرف الأربعة الأخرى كلها مختلفة.

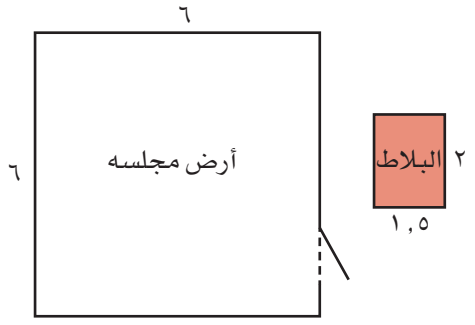
٦) تمّ وضع ستّ خرزات ملونة (٣ خضراء، ٢ حمراء، ١ زرقاء) في خيط. يبيّن المخطط أمثلة على ذلك:



أ) لماذا الترتيبان المبينان هما في الحقيقة ترتيبان متطابقان للألوان الثلاثة نفسها؟ فسّر إجابتك.

ب) من بين التباديل الثلاثين المختلفة للألوان الثلاثة، في كم تبديل منها تنفصل الخرزتان الحمراوان إحداهما عن الأخرى؟

٧) يبيّن المخطط الآتي أرضية مجلس راشد، وهو مربع طول ضلعه ستة أمتار، حيث يريد رصفه بالبلاط باستخدام صندوق يحتوي على ١٢ بلاطة، وكلّ بلاطة من لون مختلف، وقياس الواحدة منها ١,٥ متر في ٢ متر.



أ ما عدد التباديل المختلفة الممكنة لترتيب البلاطات؟

ب طول أرضية مجلس والد راشد وعرضه يساوي ضعف قياسي أرضية مجلسه.

١) كم صندوقًا من هذه البلاطات عليه أن يشتري لتغطية أرضية مجلس والده؟

٢) إذا علمت أن صناديق البلاط هذه متطابقة، وأن كل البلاطات متناسقة الترتيب، فأوجِد عدد الطرق الممكنة لتبليط أرضية مجلس والد راشد.

٨-٢ ج تباديل ن من العناصر المختلفة بوجود القيود

تمارين ٨-٢ ج

١) كم عددًا مختلفًا مكوّنًا من أربعة أرقام ويمكن تكوينه من الأرقام ١، ٢، ٣، ٤ لمرة واحدة في الحالات الآتية:

أ لا توجد قيود.

ب الأعداد الناتجة المكوّنة من ٤ أرقام يجب أن تكون:

١) أقل من ٤٠٠٠

٢) زوجية

٣) أقل من ٤٠٠٠ و زوجية

٢) بكم طريقة مختلفة يمكن ترتيب ٩ ألعاب في خط مستقيم، بشرط أن تكون اللعبة الكبرى في منتصف الترتيب؟

٣) ستذهب مجموعة من الكشافة المؤلفة من عشرة أولاد مع اثنين من قائديهم في مسير بحيث يمشون في خطّ الواحد خلف الآخر. بكم طريقة مختلفة يستطيعون فعل ذلك، بشرط أن يمشي القائدان واحد في أول الخط وواحد في آخره؟

٤) أوجِد عدد التباديل المختلفة التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة (**الأناناس**) إذا:

أ لم توجد قيود.

ب وجب أن يبدأ الترتيب بحرفَي **ن** وينتهي بأربعة أحرف كلها **ا** .

٥) نريد عرض ٧ تفاحات و ٥ برتقالات وإجاصتَين في صف على عربة. إذا علمنا أن كل الحبّات مختلفة، فأوجِد عدد الطرق الممكنة لترتيبها إذا:

أ لم توجد قيود.

ب وجب أن نضع إجاصة على طرفَي الترتيب.

ج وجب أن لا نفصل بين البرتقالات الخمس.

٦) نريد أن نعرض ٩ لوحات على جدار معرض، بحيث نضع خمس لوحات في صف، وأربعًا منها في صف آخر، ونضع اللوحة الأكثر إشراقًا في وسط صف الخمس لوحات، واللوحة الأقل إشراقًا في نهاية صف الأربع لوحات. بكم طريقة مختلفة يمكننا تعليقها؟

٧) جمع عبدالله في السنة الماضية ١٢ عددًا من مجلة شهرية، ويريد وضع الواحدة فوق الأخرى بترتيب بجانب سريره. أوجِد عدد الطرق التي يمكنه بها فعل ذلك إذا كان:

أ العدد في شهر يناير في آخر الترتيب، والعدد في شهر ديسمبر في أول الترتيب.

ب العدد في شهر يناير ليس في آخر الترتيب، والعدد في شهر ديسمبر ليس في أول الترتيب.

ج العددان في شهري يناير وديسمبر متجاوران.

٨) أوجِد عدد التباديل المختلفة التي يمكن كتابتها باستخدام كل أحرف كلمة (**الاتجاهات**) إذا كان التبديل:

أ يبدأ وينتهي بحرف **ت**.

_____

_____

_____

ب يبدأ وينتهي بالحرف نفسه.

_____

_____

_____

ج لا ينتهي بحرف **هـ** ولا بحرف **ت**.

_____

_____

_____

٨-٢ د تباديل ن من العناصر مأخوذة ر في كل مرة

تمارين ٨-٢ د

١) أوجِد عدد التباديل في كل مما يأتي:

أ ٣ عناصر من ١٣ عنصرًا مختلفًا.

ب ١٧ عنصرًا من ١٩ عنصرًا مختلفًا.

٢) أوجِد عدد تباديل خمسة أحرف من الأحرف السبعة أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، و ، ز التي:

أ تنتهي بالحرف ز

ب لا تبدأ بالحرف ب

ج تتضمّن الحرف و

د لا تتضمّن الحرف ج

٣) اختار عمر ٨ أولاد من مجموعة تتضمّن ١٢ ولدًا، بعد ذلك استبعد بلال نصفهم، وأخذ الباقين إلى القاعة الرياضية في المدرسة ورتبهم في خط مستقيم. ما عدد التباديل المختلفة التي يمكن وضع الأولاد فيها في القاعة الرياضية؟

٤) أوجِد عدد الطرق المختلفة التي يمكن فيها ترتيب ثلاثة أحرف من كلمة (**الأمين**) في صف إذا كان الترتيب:

أ يجب أن تبدأ وتنتهي بالحرف أ.

ب لا يمكن أن تتضمن حرف أ واحد فقط.

٥) باستخدام أيّ من الأرقام ١، ٢، ٣، لأيّ عدد من المرات، أوجِد عدد الطرق المختلفة التي يمكن فيها كتابة أعداد مكوّنة من **ن** رقم إذا كان:

أ ن = ٢

ب ن = ١ أو ٣

٦) ★ يُنهي فريق من ٦ لاعبي جمباز عرضه بتشكيلة مثلثية كما هو مبيّن.



أوجِد عدد الطرق المختلفة التي يمكن للفريق أن ينهي عرضه بها، بشرط أن يكون اللاعب الأقل وزنًا في الأعلى، وأن تلامس أرجل أقوى لاعبَين الأرض.

٧) ★ على امتداد فترة عشرة أيام متواصلة، يجب أن يقوم مندوب مبيعات بثماني رحلات في القطار لزيارة زبائن في ٨ مدن مختلفة. وبسبب المسافة الطويلة، يمكنه زيارة مدينة واحدة في كل يوم.

أ بكم طريقة مختلفة يمكن أن يقوم مندوب المبيعات بثماني رحلات إلى ثماني مدن في عشرة أيام؟

ب) بكم طريقة مختلفة يمكنه ترتيب سفراته، إذا قرر زيارة الزبائن في اليوم الأول وفي اليوم الأخير من الأيام العشرة، وأن يحظى بيومَي إجازة متعاقبَين خلال هذه الفترة؟

_____

_____

٨) تمّ اختيار خمسة أحرف من أحرف كلمة (**إكسسوارات**) وتمّ ترتيبها في صف. في كم واحدة من التباديل الممكنة ينتهي الترتيب بحرف **س**؟

_____

_____

_____

٨-٣ التوافيق

تمارين ٨-٣

١) يتألف الجزء (أ) من ورقة اختبار من ٦ أسئلة، والجزء (ب) من ٨ أسئلة. أوجِد عدد الخيارات الممكنة لمرشح يريد الإجابة عن:

أ سؤالَين من الجزء (أ) أو ثلاثة أسئلة من الجزء (ب).

ب سؤالَين من الجزء (أ) وثلاثة أسئلة من الجزء (ب).

ج خمسة أسئلة.

٢) أوجِد عدد الطرق التي يمكن بها اختيار ثلاث بنات من مجموعة تتضمّن:

أ سبع بنات.

ب ثلاث بنات وأربعة أولاد.

٣) أ بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٣ قطع نقدية فضية من بين ١٠ قطع نقدية فضية؟

ب بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٤ قطع نقدية ذهبية من بين ٨ قطع نقدية ذهبية؟

ج أوجِد عدد الطرق التي يمكن بها اختيار ٣ قطع نقدية فضية و ٤ قطع نقدية ذهبية من حقيبة نقود تحتوي على ١٠ قطع نقدية فضية و ٨ قطع نقدية ذهبية.

٤) من بين ٢٠ رسالة و ١٠ طرود، أوجِد عدد الطرق التي يمكننا بها اختيار:

أ ٩ رسائل.

ب ٥ طرود.

ج ٥ رسائل و ٩ طرود.

٥) أ بكم طريقة مختلفة يمكننا اختيار لجنة مؤلفة من ٥ أشخاص من أصل مجموعة مؤلفة من ٥ رجال و ٦ نساء؟

ب أوجِد عدد هذه اللجان التي تتألف من:

١) رجلَين و ٣نساء.

٢) عدد الرجال أقل من عدد النساء.

٦) نريد اختيار فريق من ٧ طلاب من أصل ١٥ عضوًا (من بينهم الرئيس ونائبه) في نادي كرة المضرب المدرسي. حدد عدد المرات التي يمكن فيها فعل ذلك إذا كان:

أ يجب اختيار رئيس النادي ونائبه.

ب يجب اختيار إمّا رئيس النادي أو نائبه وليس الاثنين معًا.

ج يمكن اختيار إما رئيس النادي أو نائبه وليس الاثنين معًا.

٧) يتألف فريق كرة قدم من حارس مرمى، و ٥ مدافعين، و ٥ مهاجمين. نريد اختيار ٣ من أعضاء الفريق للمشاركة في عشاء خيري. أوجِد عدد الطرق التي يمكن بها الاختيار إذا:

أ وجب أن يكون الحارس أحد المختارين.

ب وجب اختيار أحد المدافعين على الأقل.

★ **٨)** اكتب **ن** بدلالة **ر** إذا كان $\binom{\text{ن}}{\text{ر}+١} = \binom{\text{ن}-١}{\text{ر}}$

٨-٤ نظرية ذات الحدَّين

٨-٤ أ مثلّث باسكال

تمارين ٨-٤ أ

١) اكتب الصف في مثلث باسكال الذي يساعدك على تفكيك $(٢ + س)^{٥}$

٢) فيما يأتي صف في مثلث باسكال. اكتب الصف الذي يليه:

١ ٧ ٢١ ٣٥ ٣٥ ٢١ ٧ ١

٣) استخدم مثلث باسكال لتجد مفكوك كل مما يأتي:

أ $(١ + س)^{٤}$ ب $(٣ + س)^{٣}$ ج $(س + ص)^{٤}$

٤) أوجِد مفكوك كلّ مما يأتي:

أ $(١ - س)^{٥}$ ب $(س + ص)^{٦}$ ج $(ص + ٣)^{٤}$

مساعدة

تذكّر أن تضع إشارة السالب في $(-س)$، $(-س)^{٢}$، وهكذا.

٥) أوجد مفكوك كلّ مما يأتي:

أ $(أ - ب)^{٤}$ ب $(٣ص + س)^{٤}$ ج $(س - ٣ص)^{٤}$

٦) فك وبسّط كلًّا مما يأتي:

أ $(٣س - ٣)^{٤}$ ب $\left(س + \frac{٣}{س}\right)^{٣}$ ج $\left(س^{٣} - \frac{١}{٢س^{٢}}\right)^{٣}$

٧) أوجد مفكوك $(س - ٢)(س + ٣)^{٣}$ وبسّط الناتج.

٨) إذا علمت أن $أ + ب(١ + س)^{٣} + جـ(١ + ٢س)^{٣} + د(١ + ٣س)^{٣} = س^{٣}$ لكل قيم س، فأوجد قيم الثوابت أ، ب، جـ، د.

٨-٤ ب مفكوك ذات الحدَّين

تمارين ٨-٤ ب

١) اكتب كل صف من صفوف مثلث باسكال الآتية، مستخدمًا صيغة التوافيق عندما :

أ ن = ٢

ب ن = ٦

ج ن = ٧

٢) استخدم نظرية ذات الحدَّين لتجد مفكوك كل مما يأتي:

أ $(١ + س)^{٣}$

ب $(١ - س)^{٤}$

ج $(١ - ٢س)^{٣}$

د $(٣ + س)^{٤}$

٣) فك كلًّا مما يأتي باستخدام نظرية ذات الحدَّين:

أ $(١ - ٢ص)^{٤}$

ب $(٢ + س)^{٩}$

ج $(أ - ٣ب)^{٤}$

د $(٢س + ٥ص)^{٤}$

٤) فك كلًّا مما يأتي:

أ $\left(\frac{١}{٢}س - ٤\right)^{٤}$

ب $\left(٢ - \frac{س}{١٠}\right)^{٥}$

ج $\left(س - \frac{٣}{س}\right)^{٤}$

د $\left(س^{٢} - \frac{١}{٢س^{٢}}\right)^{٥}$

٥) استخدم نظرية ذات الحدَّين لتوجد أول ثلاثة حدود في مفكوك كل مما يأتي، ورتبها ترتيبًا تنازليًّا بحسب قوى س:

أ) $(٢س + ١)^{١٠}$

ب) $(١ - ٢س)^{٨}$

ج) $(١ - ٤س)^{٧}$

د) $(٣ + ٣س)^{٦}$

هـ) $(٣ - س)^{٨}$

و) $\left(٢ + \frac{١}{٤}س\right)^{٨}$

٦) أوجِد أول أربعة حدود مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك $\left(١ + \frac{س}{٤}\right)^{١٢}$.

٧) اكتب أول أربعة حدود مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك $(١ - ٥س)^{٨}$.

٨) أوجِد أول ثلاثة حدود مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك $(٣ + ٢س)^{٦}$.

٨-٤ ج الحدّ العام في مفكوك ذات الحدَّين

تمارين ٨-٤ ج

١) أ أوجد مفكوك $(١ + س)^{٣}$

ب أوجد مفكوك $(١ + ٢س)(١ + س)^{٣}$

٢) أوجد الحدّ الذي يتضمن $س^{٣}$ في مفكوك كل مما يأتي:

أ $(٣ + س)^{٥}$ ب $(٦ + س)^{٨}$ ج $(١ + ٣س)^{٦}$

د $(٢ + ٣س)^{٥}$ هـ $(١ + س)^{٦}$ و $(٣ - س)^{٩}$

مساعدة

تذكّر أن تتضمّن إجابتك $س^{٣}$.

٣) أوجِد الحدّ الثابت في مفكوك $\left(س^{٢} + \frac{٢}{س^{٣}}\right)^{٤}$.

مساعدة

عند إيجاد مفكوك ما، فإن أي حدّ ثابت (قيمة عددية، حدّ لا يحتوي على س) يكون خاليًا من س

٤) أوجِد الحدّ الثابت في مفكوك $\left(٢س + \frac{٥}{س}\right)^{٦}$.

٥) أوجِد مفكوك $(١ - س)(١ + ٢س)^{٣}$، وبسّط الناتج.

٦) أوجِد معامل $س^{٥}$ في مفكوك ذات الحدَّين $\left(س^{٢} - \frac{٣}{س}\right)^{٧}$.

٧) أ) أوجِد أول أربعة حدود مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك $(٢ - ٥س)^{٧}$.

ب) أوجِد معامل $س^{٣}$ في مفكوك $(١ + ٢س)(٢ - ٥س)^{٧}$.

٨) أ) أوجد أول ثلاثة حدود في مفكوك $(٤ - س)^{٧}$.

ب أوجد معامل $س^{٢}$ في مفكوك $(٢ + ٢س - س^{٢})(٤ - س)^{٧}$.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثامنة

١) يبيع متجر أوعية اللبن بستّ نكهات مختلفة. أوجد عدد الطرق التي يمكن بها أن نختار ٣ أوعية من اللبن إذا:

أ تم اختيار ٣ نكهات مختلفة.

ب إذا تضمن الاختيار وعاء واحدًا بنكهة الفراولة.

٢) أوجِد عدد التباديل المختلفة التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة (**متلابسات**) إذا:

أ لم توجد قيود.

ب لم يبدأ الترتيب بالحرفين نفسَيهما.

٣) توظف شركة بناء ٢٠ شخصًا للعمل في ٣ مشاريع، تتطلب مجموعات من ٨، ٧، ٥ عمّال. بكم طريقة مختلفة يمكن تعيين العمال العشرين في المجموعات الثلاث؟

٤) سيتم استخدام الأرقام ١، ٢، ٣ ، ٤، ٥ لمرة واحدة لكتابة عددَين. إذا كان أحد الأعداد أكبر من ١٠٠ والآخر أقل من ١٠٠، حدد عدد الطرق التي يمكن بها كتابة العدد إذا:

أ لم توجد قيود إضافية.

ب كان العدد الأصغر فرديًّا.

٥) تمّ عرض ٣ مشاريع استثمار على مستثمر لديه مبلغ ٣٠٠٠٠ ريال عُماني للاستثمار. يجب أن يكون أيّ استثمار يقوم به من مضاعفات ١٠٠٠٠، بكم طريقة مختلفة يمكن للمستثمر أن يوزع أمواله إذا استخدمها كلها للاستثمار في مشروعَين من هذه المشاريع الثلاثة على الأقل؟

٦) عرض أستاذ اللغة العربية دروسًا مجانية لثلاثة طلاب من الصف الخامس وطالبين من الصف السادس. يمكن أن يتعلم أيّ منهم طريقة الكتابة بالخط الديواني، أو الخط الكوفي، أو خط الرقعة.

بكم طريقة مختلفة يمكنهم اختيار نوع الخط الذي يرغبون في تعلمه؟

٧) خلال موسم كرة قدم، يلعب كل فريق في الدوري ضد كل فريق في الدوري نفسه مرّتَين. كان في دوري الموسم الماضي **ن** فريق، ولكن ستتم في هذا الموسم زيادة عدد الفرق فيه بفريقين اثنَين. إذا كان عدد المواجهات في هذا الموسم أكثر بـ ٧٠ مواجهة من الموسم الماضي، فأوجِد قيمة **ن**

٨) تمّ رسم محورَين وتسميتهما حيث $-١٠ \leqslant س \leqslant ١٠$ ، $-١٠ \leqslant ص \leqslant ١٠$. تمّ تحديد نقطة الأصل (٠، ٠) واختيار نقطة مختلفة بإحداثيات من أعداد صحيحة بشكل عشوائي. رُسمت قطعة مستقيمة بين هاتَين النقطتَين.

ما عدد القطع المستقيمة المختلفة التي يمكن رسمها؟

٩) أوجِد معامل $س^{٥}$ في مفكوك $(٣س - ٢)^{٨}$

١٠) بسّط $(٣ + ٢س)^{٣} - (٣ - ٢س)^{٣}$

١١) أ أوجِد الحدود الأربعة الأولى، في مفكوك $(١ + ٣س)^{٨}$ مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س

ب إذا تجاهلت الحدود التي تتضمن $س^{٤}$ ، $س^{٥}$ ، $س^{٦}$ ، $س^{٧}$ ، $س^{٨}$ ، فبيّن ما إذا كان $(١ + ٣س)^{٨} + (١ - ٣س)^{٨} = ٢ + ٥٠٤ س^{٣}$

١٢ أ أوجِد مفكوك $(٢ + ٣س)^{٤}$ وبسط المعاملات.

ب أوجِد معامل $س^{٢}$ في مفكوك $(١ - \frac{١}{٢}س)^{٢}(٢ + ٣س)^{٤}$.

١٣ أ أوجِد أول ثلاثة حدود في مفكوك $(١ - ٢س)^{١٢}$ مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س

ب أوجِد معامل $س^{٢}$ في مفكوك $(١ + ٣س)(١ - ٢س)^{١٢}$.

١٤ أوجِد معامل $أ^{٣}ب^{٤}$ في مفكوك $(٥أ + ب)^{٧}$.

١٥ أوجِد الحدّ الثابت في مفكوك $\left(س - \frac{٢}{س^{٢}}\right)^{٩}$.

١٦ أكمل المفكوك: $(٣س + ٢ص)^{٤} = ٨١س^{٤} + ٢١٦س^{٣}ص + \ldots$

١٧) أ أوجِد أول أربعة حدود مرتّبة تصاعديًّا بحسب قوى س في مفكوك ذات الحدَّين $(١ + ك\ س)^{٦}$، حيث $ك \neq ٠$

ب أوجِد قيمة **ك** علمًا بأن معامل س ومعامل $س^{٢}$ متساويان.

١٨) أوجِد نسبة معامل الحدّ الذي يتضمّن $س^{٥}$ إلى معامل الحدّ الذي يتضمّن $س^{٦}$ في مفكوك $(٢س + ٣)^{٢٠}$.

الوحدة التاسعة
التوزيع الاحتمالي
Probability distributions

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٩–١ تستخدم التباديل والتوافيق في إيجاد الاحتمالات.

٩–٢ تنشئ جدول التوزيع الاحتمالي المتعلق بموقف معيّن يتضمن متغيرًا عشوائيًّا منفصلًا (س).

٩–٣ تحسب التوقع ت(س)، والتباين ع^{٢}(س)، والانحراف المعياري ع(س) لمتغير عشوائي منفصل.

٩–١ استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات

تمارين ٩–١



١) قفل حقيبة مكوّن من ثلاثة أقراص كل منها مرقم بالأعداد من ٠ إلى ٩، رقم واحد فقط من الثلاثة أرقام الممكنة يفتح الحقيبة. أوجِد احتمال اختيار رقم سري لا يفتح الحقيبة.

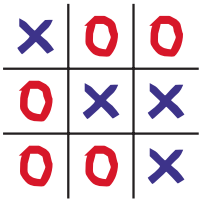
٢) اختير طالبان عشوائيًّا من بين مجموعة مكوّنة من ثلاثة طلاب، وطالبتَين لتشكيل فريق ثنائي في تحدي العلوم. أوجِد احتمال أن لا يكون الفريق مكوّنًا من طالبتَين.

٣) اختير أربعة أحرف مختلفة عشوائيًّا من مجموعة حروف اللغة الإنجليزية التي تتكوّن من ٥ أحرف علة، ٢١ حرفًا ساكنًا. أوجد احتمال:

أ أن يكون الاختيار مكوّنًا من حرف علة واحد، وثلاثة أحرف ساكنة.

ب أن يكون الاختيار مكوّنًا من حرف علة واحد وثلاثة أحرف ساكنة، بحيث إن حرف العلة لا يقع بين حرفَين ساكنَين.

٤) خمس (O) وأربع (X) كُتبت على شبكة من تسعة مربعات. يبيّن الشكل واحدة من التراتيب الممكنة.



إذا علمت أن جميع (O) و (X) قد كُتبت عشوائيًّا، فأوجِد احتمال أن تشكّل ثلاثة (X) مستقيمًا قطريًّا.

٥) ★ يخطط أمجد لإجراء تجربة وهي اختيار عشوائي لاتجاه من الاتجاهات الأربعة: الشمال، الجنوب، الشرق، الغرب، ثم يتحرك خمسة أمتار من ذلك الاتجاه. سيجري ذلك (ن) مرة متتالية.

الحدث أ: 'ينهي أمجد رحلته من حيث بدأ'.

يدل المقدار $ل_{ن}(أ)$ على قيمة ل(أ) لقيمة محددة لـ ن

عندما ن = ٢، سيكون هناك $٤^{٢}$ = ١٦ زوجًا من الاتجاهات التي يمكن أن يختارها أمجد، وأربعة منها مناسبة للحدث أ، وهي شمال جنوب، جنوب شمال، شرق غرب، وغرب شرق.

وعليه يكون: $ل_{٢}(أ) = \frac{٤}{١٦} = \frac{١}{٤}$

أ) ناقش كيفية استخدام التباديل لإيجاد عدد الاختيارات المرغوب فيها حيث ن = ٤، ثم بيّن أن $ل_{٤}(أ) = \frac{٩}{٦٤}$

ب) دوّن قيم $ل_{ن}(أ)$ لجميع قيم ن من ٠ إلى ٥ حيث القيمتان ٠، ٥ متضمنتان. صف أيَّ نمط تلاحظه في متتالية الاحتمالات.

ج) انسخ الجدول الآتي وأكمله حيث يبيّن قيم $ل_{ن}(أ)$ عندما تكون قيم ن زوجية.

ن	٠	٢	٤	٦	٨	١٠
$ل_{ن}(أ)$		$\frac{١}{٤}$	$\frac{٩}{٦٤}$			

٩-٢ المتغير العشوائي المنفصل (المتقطع)

تمارين ٩-٢

١) التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل (س) كما في الجدول الآتي:

س	٦	٧	٨	٩	١٠
ل(س)	ك – ٠,١	ك	١ – ٣ك	٢ – ٦ك	$\frac{١}{٥}$ك + ٠,٠٥

أوجِد قيمة الثابت **ك**.

٢) يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ص):

ص	١	١,١	١,٢	١,٣	١,٤	١,٥
ل(ص)	أ	٠,١٤	٠,٢٧	٠,١٨	٠,٠٨	ب

أ) أوجِد قيمة أ + ب.

ب) أوجِد ل (ص > ١,٣) إذا علمت أن أ = ٢ب.

٣) التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ف) معطى في الجدول الآتي:

ف	٣	٤	٥	٦	٧
ل(ف)	ك + ٠,٨٠٧٢	٠,٢ – ٢ك	٠,٧٢ ك	٠,١ ك	ك^{٢}

أ) بيّن أن ك^{٢} – ٠,١٨ ك + ٠,٠٠٧٢ = ٠

ب) أوجِد جذرَي المعادلة ك^{٢} – ٠,١٨ ك + ٠,٠٠٧٢ = ٠

ج) أيّ من حلّي المعادلة $ك^{٢} - ١٨,٠ ك + ٠,٠٠٧٢ = ٠$ يكون مقبولًا في هذه المسألة؟ أعطِ تبريرًا لإجابتك.

د) أوجِد ل(ف ≠ ٤).

٤) المتغير العشوائي المنفصل (ط) حيث ط ∈ {٢، ٤، ٦، ٨}، ل(ط) = $\frac{ك}{ط}$. أوجِد قيمة الثابت ك، وقيمة ط الأكثر حدوثًا.

٥) المتغير العشوائي المنفصل (ق) حيث ق ∈ {١، ٢، ٣، ٥}، وإذا علمت أن ل(ق) = $\frac{١}{٢}$ – ك ق، حيث **ك** عدد ثابت:

أ) بيّن أن ك = $\frac{١}{١١}$

ب) احسب احتمال أن تكون قيمة ق عاملًا من عوامل ٦

٦) يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س):

س	٤	٥	٦	٧	٨
ل(س)	٠,٣	٠,٣٤	٠,١٨	٠,١٢	٠,٠٦

أوجِد قيمة ل(٥ < س ≤ ٨).

٧) في يومَين من كل أسبوع، تستضيف فاطمة واحدة من صديقاتها الثلاث، احتمال أن تستضيف نوال في أيّ يوم يساوي ٠,٤ بينما فرصة استضافة بدرية وهند متساوية.

أ أوجِد احتمال أن لا تستضيف هند في أيّ يوم في الأسبوع.

ب كوّن جدول توزيع احتمالي للمتغير أ الذي يمثل 'عدد الأيام في أيّ أسبوع تستضيف فاطمة صديقتها نوال'.

٨) قرص منتظم مقسم إلى خمسة أجزاء مرقمة ١، ٢، ٣، ٤، ٥، دُوّر ثلاث مرات، وعرّف المتغير العشوائي بأنه (س) 'عدد مرات ظهور عدد فردي'.

أ بيّن أن ل(س = ١) = $\frac{٣٦}{١٢٥}$

ب أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س).

ج أوجِد قيمة $\frac{\text{ل(س = ٢)}}{\text{ل(س = ٣)}}$

٩-٣ القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي المنفصل

تمارين ٩-٣

١) لوحة مفاتيح تتألف من عشرة أزرار كل زر يمثّل رقمًا واحدًا من ٠ إلى ٩، طُلب إلى فتاة أن تختار عشوائيًّا زرًا وتنقره. أوجِد القيمة المتوقعة للاختيار.

٢) قرص منتظم له ثلاثة أجزاء مرقمة ١، ٥، أ، وقرص آخر منتظم له ثلاثة أجزاء مرقمة ٢، ٦، ب

أ) أوجِد قيم أ ، ب إذا علمت أن القيمة المتوقعة لأعداد القرصَين هو ٥، ٦ على الترتيب.

ب) دُوّر كل قرص مرة واحدة، وجُمع العددان اللذان يقف عندهما المؤشران لنحصل على قيم المتغير (ط).

١) أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (ط).

٢) استخدم الجدول لتجد ت(ط) ، ع^{٢}(ط).

٣) أوجِد احتمال أن تكون قيمة ط عددًا زوجيًّا.

٣) صندوق يحتوي على أربع قطع بسكويت سادة، وحبّتَي بسكويت بالشكولاتة. اِختيرت حبّتا بسكويت عشوائيًّا من الصندوق دون إعادة.

بيّن أن احتمال اختيار حبّتَي بسكويت بالشكولاتة يساوي $\frac{١}{١٥}$

٤) الجدول الآتي يمثّل التوزيع الاحتمالي للمتغير (ر):

ر	٢٧	٣٣	أ	٥٧
ل(ر)	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,١

إذا علمت أن ت (ر) = ٣٨,٢، فأوجِد قيمة أ، واحسب ع^{٢} (ر).

★ ٥) متسابقان، أحدهما عدّاء والآخر يجتاز الحواجز، كل منهما شارك في سباقَين لهذا الشهر. فإذا كانت فرصة فوز العدّاء ٤٠٪، وفرصة فوز الآخر ٧٠٪

أ أنشئ جدول توزيع احتمالي لكل من المتغيرَين: (ع) يمثل 'عدد السباقات التي فاز فيها العدّاء'، (ح) يمثل 'عدد السباقات التي فاز فيها الذي يجتاز الحواجز' لهذا الشهر.

ب المتغير العشوائي (س) يمثل 'مجموع السباقات التي فاز فيها العدّاء، والذي يجتاز الحواجز'. استخدم الجدولَين في الجزئية أ لتبيّن أن ل(س = ١) = ٠,١٩٤٤

ج أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س).

د تحقق من أن: ت(س) = ت(ع) + ت(ح)

هـ بيّن أنه يمكن حساب ت(س) دون استخدام أي جدول توزيع احتمالي.

٦) ★ مجموعة مكونة من ولَدين و٨ بنات، اختير ستة أطفال منهم عشوائيًّا:

أ أنشئ جدول توزيع احتمالي للمتغير (س) الذي يمثل 'عدد الأولاد المختارين'.

ب أُضيف **ك** بنتًا إلى مجموعة العشرة أطفال. ثم اختير ستة أطفال عشوائيًا. لجميع قيم ك، كانت نسبة احتمال ألّا يُختار ولد، اختيار ولد واحد، اختيار ولدَين هي:

(ك + ٤)(ك + ٣) ، ف(ك + ٤) ، ق، حيث ف، ق عددَين ثابتَين.

١) أوجِد قيمة كلٍّ من ف، ق.

٢) بيّن أنه عندما ك = ٦، فإن احتمال اختيار ولد واحد هو ٠,٥

٣) أوجِد قيمة ك عندما يكون احتمال (ألّا يُختار ولد) = ٠,٥

★ **٧)** في صندوق ما ١٤ رمزًا تذكاريًّا. ثمانية منها سعر الرمز الواحد ٥ ريالات عُمانية، وأربعة منها سعر الرمز الواحد ٣ ريالات عُمانية، واثنان منها سعر الرمز الواحد ريال عُماني واحد. اختار خالد أربعة رموز عشوائيًّا. يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي لمجموع أسعار الرموز التي اختارها:

الأسعار بالريال العُماني	أ	أ + ٢	أ + ٤	أ + ٦	أ + ٨	أ + ١٠	أ + ١٢
الاحتمال	$\frac{\text{ك} - ٩٩٥}{\text{ك}}$	$\frac{٤٠}{\text{ك}}$	$\frac{١٢٥}{\text{ك}}$	$\frac{٢٥٦}{\text{ك}}$	$\frac{٢٨٠}{\text{ك}}$	$\frac{٢٢٤}{\text{ك}}$	$\frac{٧٠}{\text{ك}}$

أ أوجِد قيمة أ.

ب احسب قيمة **ك**، وأوجد القيمة المتوقعة لمجموع قيم الرموز الأربعة التي اختارها خالد، مقرّبًا الإجابة إلى أقرب بيسة.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة التاسعة

١) يشارك مجموعة من الموظفين في دورة تدريبية، وأُعطي كل منهم مهمة. توجد ١٥ مهمة، يُنفَّذ ٧ منها في الخارج. عُرضت هذه المهام عشوائيًّا على ست إناث وتسعة ذكور. أوجِد احتمال أن يكون أكثر المهام الخارجية قد عُرضت على الإناث.

٢) الجدول الآتي يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س):

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	ك ٢ − ١	ك ٤ − ٢	ك ٦ − ٣	ك ٨ − ٤

أ أوجِد قيمة الثابت **ك**.

ب بيّن أن ت(س) = ٢

ج أوجِد ع^{٢}(س).

٣) يمثل الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ح):

ح	٠	١	٢	٣
ل(ح)	٦م	٢م	٣م	٤م

أ أوجِد قيمة م.

ب أوجِد الوسط الحسابي، والانحراف المعياري للمتغير (ح).

٤) المتغير العشوائي المتقطع (ص)، حيث ص ∈ {أ، أ + ٢، أ + ٤، أ + ٦}. إذا علمت أن ل(ص) = ك ص، حيث **ك** ثابت.

أ عبّر عن **ك** بدلالة أ.

ب أوجِد ت(ص) عندما أ = ٥

٥) احتمال ظهور صورة عندما تُرمى قطعة نقود معدنية هو **م**. رُميت قطعة النقود مرّتَين، والمتغير العشوائي المتقطع (ح) هو 'عدد الصور التي ظهرت'. الجدول الآتي يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ح):

ح	٠	١	٢
ل(ح)	$(١ - م)^{٢}$	$٢م(١ - م)$	$م^{٢}$

أ عبّر عن ت(ح) بدلالة م.

ب أثبت أن: ع^{٢} (ح) = ٢م(١ − م).

٦) ★ في حقيبة سبع كرات مرقمة بالأرقام من ٢ إلى ٨، والمتغير العشوائي (س) هو 'عدد الكرات المختارة التي رقمها عدد زوجي' عند اختيار كرتَين عشوائيًّا من الحقيبة.

أ أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س).

ب أوجِد كلًّا من: ت(س) ، ع^{٢} (س).

ج إذا علمت أن المتغير العشوائي (ص) هو 'عدد الكرات المختارة المرقمة بأرقام فردية'. بيّن أن ت(س)، ت(ص) مختلفان، علمًا بأن ع^{٢} (س) = ع^{٢} (ص).

٧) ★ صندوقان يوجد في كل منهما ٣ أصابع حلوى بالشوكولاتة، ٤ أصابع حلوى بالفواكه. اختارت مريم عشوائيًّا إصبع حلوى من أحد الصندوقَين وأكلته، ثم وضعت جميع أصابع الحلوى في حقيبة أهدتها إلى صديقتها. اختارت الصديقة إصبعَي حلوى من الحقيبة عشوائيًّا.

ليكن المتغير العشوائي (س) هو 'عدد أصابع الحلوى بالفواكه' التي اختارتها صديقة مريم.

أ بيّن أن ل(س = ٠) = $\frac{١٥}{٩١}$

ب أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س).

ج أوجِد تباين (س).

الوحدة العاشرة
توزيع ذي الحدَّين والتوزيع الهندسي
The binomial and geometric distributions

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

١٠-١ تتذكر صيغة الاحتمالات لتوزيع ذي الحدَّين وتستخدمها، وتتعرف على المواقف العملية التي يكون فيها التوزيع تمثيلًا مناسبًا.

١٠-٢ تحسب التوقع والتباين لتوزيع ذي الحدَّين.

١٠-٣ تتذكر صيغة الاحتمالات للتوزيع الهندسي وتستخدمها، وتتعرف على المواقف العملية التي يكون فيها التوزيع تمثيلًا مناسبًا.

١٠-٤ تحسب توقع التوزيع الهندسي.

١٠-١ توزيع ذي الحدَّين

تمارين ١٠-١

١) إذا علمت أن س ~ ب(٢، ٠,٨٤)، فأوجد كلًّا مما يأتي مقرّبًا الناتج إلى ٣ أرقام معنوية:

أ ل(س = ١)

ب ل(س ≠ ١)

٢) إذا علمت أن س ~ ب$\left(٤، \frac{٤}{٧}\right)$، فأوجد كلًّا مما يأتي مقرّبًا الناتج إلى ٣ أرقام معنوية:

أ ل(س = ٢)

ب ل(س ⩾ ١)

٣) عند رمي عملة معدنية غير منتظمة، كان احتمال ظهور الصورة في كل رمية يساوي ٠,٥٦
أوجِد مقرّبًا إلى ٣ أرقام معنوية احتمال أن يكون أول خمس رميات لهذه العملة هو ظهور:

أ "صورة" أربع مرات فقط.

ب "كتابة" مرّتَين فقط.

ج "الصورة" أكثر من "الكتابة".

٤) رمى عبدالله قطعة نقود منتظمة خمس مرات، ورمت عائشة ٥ أحجار نرد منتظمة. احسب احتمال أن يكونا معًا قد حصلا على صورة مرتَين أو أكثر، وأقل من الرقم ٦ مرتَين.

٥) تم إجراء محاولات مستقلة حيث احتمال النجاح في كل محاولة يساوي ٠,٣٦، أوجد أقل عدد للمحاولات التي يجب إجراؤها بحيث يكون احتمال وجود النجاح مرة واحدة على الأقل يساوي ٩٩,٥٪

٦) تم ولادة ١٠ مواليد في أحد المستشفيات في يوم واحد. إذا علمت أن "ف" يمثل عدد المواليد الإناث في ذلك اليوم.

أ) اذكر شرطَين ليحقق التمثيل التوزيع ف تتبع ث(١٠، ٠,٥).

ب) باستخدام هذَين الشرطَين، أوجِد احتمال أن يكون أكثر من سبعة من المواليد العشرة إناثًا.

٧) خلال شهرَين، لعب زياد ويوسف ١٠ جولات من أصل ن جولة في لعبة الشطرنج. احتمال أن لا يخسر يوسف في كل جولة يساوي (٠,٢)، ونتيجة كل جولة مستقلة عن كل الجولات. إذا علمت أن **س** التي تمثل عدد الجولات غير الخاسرة التي قام بها يوسف خلال هذه الفترة، فبيّن أنه يمكن كتابة ل(س = ٢) في صورة $\frac{\text{ن}(\text{ن}-١)}{٣٢} \times (٠,٨)^{\text{ن}}$

١٠-٢ التوقع والتباين لتوزيع ذي الحدَّين

تمارين ١٠-٢

١) احسب التوقع والتباين لكل التوزيعات الآتية التي تتبع توزيع ذي الحدَّين:

أ) س ~ ث(٦، ٠,٣)

ب) ق ~ ث(١٥، ٠,٤٢)

ج) س ~ ث(١٨٠، ٠,٨٥)

د) ص ~ ث(٤٤، ٠,٧٣)

٢) إذا علمت أن س ~ ث (٦٤، ٠,١٢٥)، فأوجِد:

أ) ت(س) ، ع(س)

ب) ل(س = ت(س))

٣) إذا علمت أن ك ~ ث(٧، ٠,٢)، فأوجِد:

أ) ل(ك ≠ ٣)

ب) ل(ك > ت(ك))

٤) إذا علمت أن س ~ ث(ن، ب)، ت(س) = ٢٧، ع^{٢}(س) = ١٤,٨٥، فأوجِد:

أ ن ، ب

ب ل(س = ٣٠)

٥) إذا علمت أن المتغير س يتبع توزيع ذي حدَّين حيث ت(س) = ٢$\frac{١}{٢}$، ع^{٢}(س) = $\frac{٥}{١٢}$، فأوجد قيمة كل من: ن ، ب، واستخدمها لتنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير س.

٦) أظهرت الإحصاءات أن ٣٢٪ من قاطني إحدى المدن لا يجتازون امتحان قيادة السيارة في محاولتهم الأولى.

أ من ضمن عيّنة من ٥٠ شخصًا تم اختيارهم عشوائيًّا من المدينة، كم شخصًا متوقعًا أن لا يجتاز الاختبار من المحاولة الأولى؟

ب أوجِد احتمال أن يكون العدد المتوقع من غير المجتازين قد تحقق.

٧) تمّ فحص عيّنة من ألف لتر (تتضمن كل عيّنة ١ لتر) من صنابير المياه المنزلية. وُجد أن ٤٥ صنبورًا من العيّنة يحتوي على كائنات حية دقيقة (*Cryptosporidium parvum*).

أ تمّ أخذ عيّنة إضافية تتضمن ن من اللترات بالاعتماد على المعلومات المأخوذة من أول ١٠٠٠ عيّنة، يتوقع وجود ٦٣ صنبورًا يحتوي على الكائنات الحية الدقيقة. بيّن أن ن = ٤٠٠

(يمكنك أن تفترض أن عدد الصنابير التي تحتوي على الكائنات الحية الدقيقة يمكن تمثيلها بتوزيع ذي الحدَّين).

ب بعد أخذ عيّنة الـ١٠٠٠ صنبور، وقبل أخذ العيّنة الإضافية، حسب عالم الأحياء احتمال أن ٦٣ من ١٤٠٠ صنبور سوف تحتوي على الكائنات الحية الدقيقة. وجد أن:

$$\binom{١٤٠٠}{٦٣} \times (٠.٠٤٥)^{٦٣} \times (٠,٩٥٥)^{١٣٣٧} = ٠,٠٥١٤$$

وضّح الخطأ الذي وقع فيه عالم الأحياء في هذه الحالة، واحسب الاحتمال الصحيح.

٣-١٠ التوزيع الهندسي

تمارين ٣-١٠

١) يتبع المتغير العشوائي س توزيعًا هندسيًّا حيث س ~ هندسي (٠,٨٢). أوجِد قيمة:

أ ل(س = ٣)

ب ل(س ≠ ٣)

ج ل(س ⩾ ٢)

٢) إذا علمت أن س ~ هندسي (٠,٧)، فأوجِد قيمة:

أ ل(س = ٥)

ب ل(س < ٤)

٣) المتغير العشوائي ص يتبع توزيعًا هندسيًّا، ل(ص = ٢) = ٠,٢٥

أوجد كلًّا من:

أ قيمة ب.

ب ل(ص ⩾ ٣).

٤) في إحدى رياض الأطفال أربعة من كل خمسة أطفال يفضلون لعبة كرة القدم على باقي الألعاب. تمّ اختيار الأطفال عشوائيًّا، الواحد تلو الآخر؛ لمقابلتهم، وطُلب إليهم التصريح عن اللعبة المفضلة لديهم. أوجِد احتمال كل حدث من الأحداث الآتية:

أ أول طفل لا يفضّل لعبة كرة القدم هو الطفل الثالث الذي تمّت مقابلته.

_____

_____

ب أول طفل يفضل لعبة كرة القدم ليس من أول ثلاثة أطفال تمّت مقابلتهم.

_____

_____

٤-١٠ التوقع للتوزيع الهندسي

تمارين ٤-١٠

١) إذا علمت أن س يتبع توزيعًا هندسيًّا، ت(س) = ١,٦، فأوجِد ل(س = ١).

٢) يتبع المتغير العشوائي ك توزيعًا هندسيًّا. إذا علمت أن ل(ك = ٢) يساوي ٠,١٦، فأوجِد كلًّا من:

أ قيم ب.

ب ت(ك).

٣) تُجرى محاولات مستقلة، ويكون احتمال النجاح يساوي ٠,٠٥

أوجِد احتمال أن يكون أول نجاح يحصل قبل المحاولة الخامسة (مقرّبًا إجابتك إلى أقرب ٣ أرقام معنوية).

٤) قرص دوار على شكل مضلع سباعي منتظم، تمّ ترقيم أضلاعه بالأرقام ٢، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ٩

تمّ تدوير القرص بحيث يظهر عليه أولًا عدد فردي. أوجِد احتمال أن يكون القرص قد تمّ تدويره أكثر من سبع مرات.

٥) يتم فحص المركبات سنويًّا للتأكد من الجودة، فإذا كان ٤٠٪ من المركبات في حالة جيدة تنجح في الفحص. وكان ٢٥٪ من الذين فشلت مركباتهم في الفحص يصرفون من ٥٠ ريالًا عُمانيًّا إلى ١٠٠ ريال عُماني على التصليحات ضمانًا لنجاح المركبة في الفحص، في حين يصرف المالكون الباقون بين ١٠٠ ريال عُماني و٢٠٠ ريال عماني لكي تنجح المركبة في الفحص.

مساعدة

يمكن التعبير عن العبارة 'من ٥٠ ريالًا عمانيًّا إلى ١٠٠ ريال عُماني' رياضيًّا بـ:

$٥٠ \leqslant س \leqslant ١٠٠$

أ احسب قيمة تقديرية للمبلغ الذي يُتوقع أن ينفقه مالك المركبة إذا تم اختياره عشوائيًّا لإصلاح مركبته بحيث تنجح المركبة في الفحص.

ب أوجِد احتمال أن تكون المركبة الرابعة التي تم اختيارها عشوائيًّا هي الأولى التي تنجح في الفحص من دون أن يصرف المالك مالًا على التصليحات.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة العاشرة

١) إذا علمت أن س ~ ث(١٠، ٠,٣)، فأوجِد:

أ ل(س = ٢).

ب ل(٠ < س ⩽ ٢).

٢) في لعبة رياضية، يُعطى كل لاعب ثلاث كرات ليرميها داخل السلة. يتبع عدد الكرات التي تدخل في السلة "د" توزيعًا ذي الحدَّين حيث ب = ٠,٨٥

أ أوجِد ت(د)، ع^{٢}(د).

ب أوجد احتمال أن تكون رميتان من الرميات الثلاث للكرات لأحد اللاعبَين قد دخلت في السلة.

٣) يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ق:

ق	٠	١	٢
ل(ق)	٠,٦٧٢٤	٠,٢٩٥٢	٠,٠٣٢٤

أثبت أن ق تتبع توزيع ذي الحدَّين.

٤) يتبع التوزيع العشوائي س توزيعًا هندسيًّا حيث ب = $\frac{٢}{١١}$ ، أوجِد:

أ ت(س).

ب ل(س = ٣).

ج ل(س < ٨).

٥) إذا علمت أن ص ~ ث(٧، ٠,٢)، فأوجِد أقل قيمة لـ أ حيث ل(ص < أ) > ٠,٩

٦) كشفت التحاليل أن ٤٢٪ من السيارات المعروضة للبيع على موقع إلكتروني قد تمّ تسعيرها فوق قيمة السوق. أوجِد احتمال أنه في عيّنة عشوائية من ٢٠ سيارة على هذا الموقع، تمّ تسعير من ٨ إلى ١١ سيارة فوق قيمة السوق.

مساعدة

يمكن التعبير عن العبارة 'من ٨ إلى ١١سيارة' رياضيًّا بـ:

٨ ⩽ س ⩽ ١١

٧) تمّ رمي حجر نرد ١٢٠٠ مرة، وظهر العدد ٦ فقط ٤٥٠ مرة.

أ هل يبدو حجر النرد منتظمًا؟ فسّر إجابتك.

ب اكتب تقديرًا مناسبًا لقيمة ت، وأوجد احتمال الحصول على العدد ٦ في كل رمية للنرد. اكتب الناتج في أبسط صورة.

ج استخدم إجابتك في الجزئية (ب) لتقدّر الاحتمالات:

١) ظهور الرقم ٦ ست مرات عند رمي النرد عشر مرات.

٢) ظهور الرقم ٦ لأول مرة عند الرمية الثالثة للنرد.

٨) في إحدى الدراسات، وُجد أن ٧٥٪ من الناخبين صوَّتوا في الانتخابات. تمّ أخذ عيّنة من ٦٠ منتخبًا.

أ اوجد العدد المتوقع للناخبين الذين لم يصوتوا في هذه الانتخابات.

ب بيّن أن التباين للناخبين الذين صوّتوا يساوي ١١,٢٥

ج أوجد احتمال أن يكون أول شخص في العيّنة من الذين لم يصوتوا هو الشخص الرابع الذي تمّت مقابلته.

الوحدة الحادية عشرة
الهندسة ثلاثية الأبعاد
3D Geometry

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

١١-١ تتذكر تعريفات المصطلحات الهندسية التي تتعلق بالنقاط، والمستقيمات، والمستويات.

١١-٢ تقرأ النقطة، وتمثلها في المستوى الإحداثي ثلاثي الأبعاد.

١١-٣ تتعرّف على المستويات س ص، س ع، ص ع، وتستخدمها.

١١-٤ تجد نقطة المنتصف، والمسافة بين نقطتين في الفضاء ثلاثي الأبعاد.

١١-٥ تجد الزاوية بين مستقيمَين، ومساحة شكل مستوي في الفضاء ثلاثي الأبعاد.

١١-٦ تتذكر تعريفَي مسلّمة ونظرية.

١١-٧ تبرهن النظريات الثلاث المرتبطة بالعلاقات الهندسية بين النقاط، والمستقيمات، والمستويات، وتستخدمها.

- إذا اشترك مستويان في نقطة، فإنهما يشتركان في مستقيم.
- يشكّل مستقيم معلوم، ونقطة خارجة عنه مستوى وحيد.
- المستقيمان المتقاطعان يشكلان مستوى وحيد.

١١-١ النظام الإحداثي ثُلاثيّ الأبعاد

تمارين ١١-١

١) أ ارسم نظامًا ثلاثي الأبعاد بحيث يُدرّج المحورَين س، ص من ٠ إلى ٥، والمحور ع من ٠ إلى ٨، ثم حدّد النقطتَين ا(٣، ٤، ٨)، ع(١، ٢، ٤).

ب تقع النقاط ا، ب، ج على استقامة واحدة حيث ب(٢، ن، ل).
أوجِد قيمتَي ن، ل.

مساعدة

الإحداثيات السينية لـ ج، ب، ا هي ١، ٢، ٣ على الترتيب، لذا فإن ب هي نقطة المنتصف لـ ج، ا .

٢) أ ارسم نظامًا ثلاثي الأبعاد بحيث تُدرّج المحاور سـ، صـ، ع من ٠ إلى ٦، ثم حدّد النقاط ا(٥، ٠، ٣)، ب(٠، ٠، ٣)، ج(٠، ٤، ٣).

ب احسب مساحة المثلث ا ب ج .

ج إذا علمت أن ا ب ج ء مستطيل، فأوجد إحداثيات النقطة ء .

٣) خمس نقاط إحداثياتها هي:

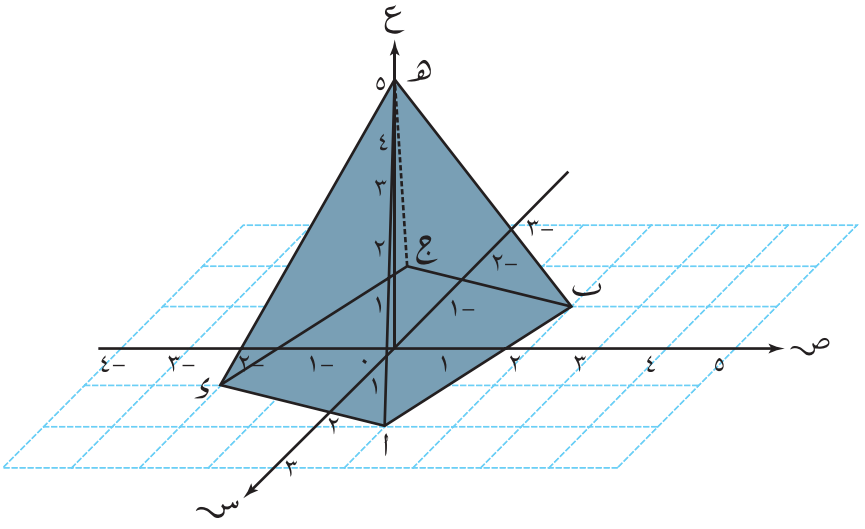
ا(١، ٠، -٣) ، ب(٠، -٣، ٦) ، ج(-٣، ٢، ٤) ، ء(٠، -٢، ٧) ، هـ(-٢، ٠، ٠).

أ أيّ من النقاط الخمس تقع في المستوى سـ ع؟ (يمكن وجود أكثر من نقطة).

ب أيّ من النقاط الخمس لا تقع في المستوى س ص؟

ج حدّد المستوى الذي تقع فيه النقطة ب.

٤) يبيّن المخطط أدناه هرمًا قاعدته مربعة، ورؤوسه ا، ب، ج، ء، هـ:



أ في أيّ مستوى تقع قاعدة الهرم ا ب ج ء؟

ب اكتب إحداثيات مركز القاعدة.

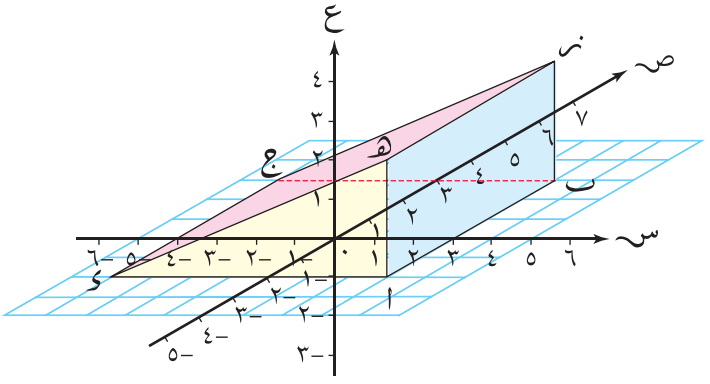
مساعدة

مركز القاعدة للمضلع المنتظم هو النقطة التي تقع على مسافة متساوية من كل رأس من رؤوس القاعدة.

ج اكتب إحداثيات الرأس هـ.

٥) يبيّن المخطط أدناه منشورًا ثلاثيًّا رؤوسه ا، ب، ج، ء، هـ، نـ، وثلاثة مستويات من مستوياته مرسومة بألوان مختلفة. تقع الرؤوس ا، ب، ج، ء في المستوى سـ صـ.

إحداثيات ثلاثة من هذه الرؤوس هي: ا(٣، -٢، ٠)، ب(٣، ٣، ٠)، ء(-٤، -٢، ٠).



أ اكتب إحداثيات الرأس ج.

ب اكتب إحداثيات الرأس هـ، إذا علمت أن ب نـ = ٣ وحدات.

ج أوجد طولَي $\overline{\text{ا ب}}$، $\overline{\text{ا ء}}$.

٦) إذا علمت أن إحداثيات ثلاثة رؤوس لمربع هي: (١، ٢، −٣)، (٩، ٢، −٣)، (١، ١٠، −٣)، فأوجد إحداثيات الرأس الرابع للمربع.

٧) إحداثيات النقطة ل(٠، −٣، ٤)، وإحداثيات النقطة م(٠، ١، ٤).

إذا علمت أن ل م ر س مربع، فأوجد:

أ عدد المواقع الممكنة لـ $\overline{ر\ س}$، إذا علمت أن إحداثيات النقطتَين ر ، س أعداد صحيحة.

ب إحداثيات النقطتَين ر ، س ، إذا علمت أن إحداثيات مركز المربع هي (٢، −١، ٤).

٢-١١ نقطة المنتصف والمسافة بين نقطتين في الفضاء

تمارين ١١-٢

١) أوجِد إحداثيات نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي نهايتَيها النقطتان:

أ (١٠، -٤، ٨)، (٠، ٠، ٠)

ب (٧، ١، ٥)، (-٧، ٩، ١٩)

ج (١، -٨، ٦)، (-٧، ١٤، -٣)

٢) إحداثيات نقطة منتصف $\overline{أ ب}$ هي (٥، ٨، -٥). إذا علمت أن ب (٦، -١، ٠)، فأوجِد:

أ إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة التي نهايتها النقطة ب ، ونقطة الأصل.

ب إحداثيات النقطة أ .

٣) أوجد طول القطعة المستقيمة التي نهايتها النقطتان:

أ (−٤، ٢، ١)، (−١٠، ٢، ١)

ب (١، −٣، −٤)، (١، −٣، ٩)

٤) أوجد المسافة بين النقاط الآتية (مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين):

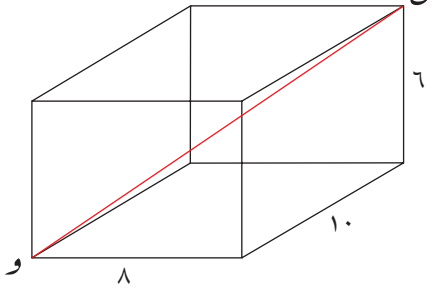
أ (٥، ٥، ٥)، (٢، ٢، ٢)

ب (١١، ٢، −٨)، (٢، −٣، ١)

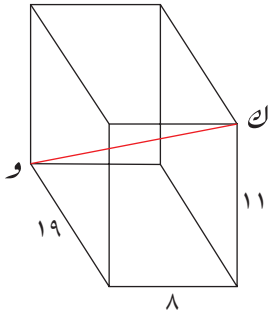
٥) يبيّن كل شكل من الأشكال الآتية متوازي مستطيلات أطوال أضلاعه (بالسنتيمتر). تمّ تسمية القطر الأكبر و ك .

في كل حالة من الحالات الآتية، أوجِد طول $\overline{\text{و ك}}$ مقرّبًا الناتج إلى أقرب ٣ أرقام معنوية:

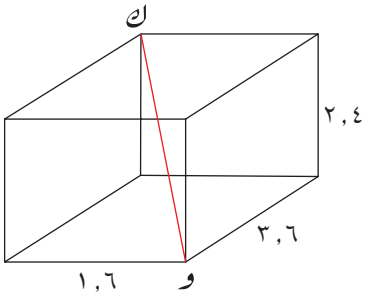
أ



ب



ج



٦) في كل حالة من الحالات الآتية، أوجِد طول القطر الأكبر مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

أ مكعب طول ضلعه ٠,٧ سم.

ب مكعب طول ضلعه ٣,٢ سم.

ج متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ٩ سم، ارتفاعه ١٣ سم.

د متوازي مستطيلات أبعاده ٨,٥ سم، ٣,٩ سم، ٧,٧سم.

٧) لكل زوج من النقاط الآتية، أوجِد طول القطعة المستقيمة مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

أ (٦، ١، ١١)، (١٢، ١٣، ٣)

ب (−٣، ٧، ٠)، (٥، −٥، −٨)

ج (٢، −٥، −٧)، (٩، −١٠، ٤)

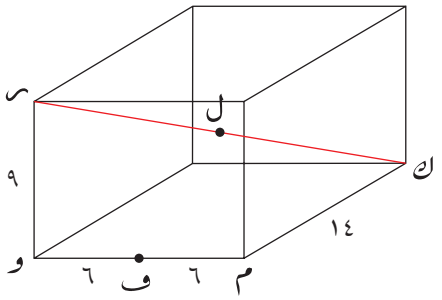
د $\left(\frac{١}{٢}، -\frac{٥}{٣}، ٣\right)$، $\left(-\frac{٥}{٢}، \frac{٧}{٢}، -١\right)$

٨) متوازي مستطيلات قاعدته مستطيلة الشكل بعداها ١١ سم × ١٧ سم، وطول قطره الأكبر $\sqrt{١٤٩٩}$ سم. أوجِد ارتفاع متوازي المستطيلات.

٩) صندوق قاعدته مربعة الشكل محيطها ٣٤,٤ سم، وحجمه ٥٥٤,٧ سم^{٣}، أوجِد طول القطر الأكبر في الصندوق (مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين).

١٠) في متوازي المستطيلات أدناه، ل منتصف القطر $\overline{\text{ك ر}}$،

و ر = ٩ سم، و ف = ف م = ٦ سم، م ك = ١٤ سم.



أ وُضع متوازي المستطيلات في نظام يتكوّن من ثلاثة محاور متعامدة سـ، صـ، ع حيث و نقطة الأصل (٠، ٠، ٠). تشكل $\overline{\text{و م}}$ جزءًا من القسم الموجب للمحور السيني، $\overline{\text{م ك}}$ موازٍ للمحور الصادي.

اكتب إحداثيات كل نقطة من النقاط الآتية:

١) ر. ٢) ف ٣) ك. ٤) ل .

_____ _____ _____ _____

_____ _____ _____ _____

_____ _____ _____ _____

ب أوجِد المسافة بين كل نقطتَين مما يلي (مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين):

١) ر ، ك. ٢) ك ، ل. ٣) ف ، ك. ٤) ل ، ف .

_____ _____ _____ _____

_____ _____ _____ _____

_____ _____ _____ _____

١١) طولا ساريتَي مذياع (أ)، (ب) على الترتيب هما: ٢٥ م، ٤٠ م.

تقع السارية (ب) على بعد ٥٦ م شمالًا و٣٦ م شرق السارية (أ).

احسب المسافة بين أعلى نقطة في السارية (أ)، وأعلى نقطة في السارية (ب) مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة.

_____

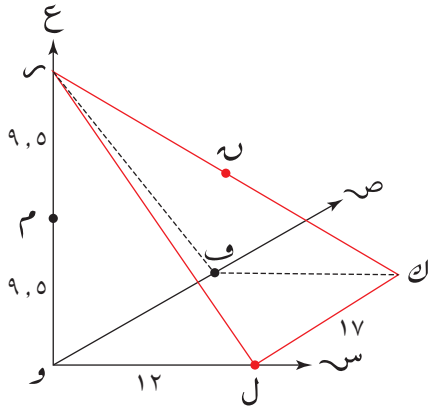
_____

_____

١١-٣ الزوايا والمساحات في الفضاء

تمارين ١١-٣

١) يبيّن الشكل المقابل هرمًا قاعدته مستطيلة أبعادها ١٢ وحدة × ١٧ وحدة. رأس الهرم (ر) يقع على المحور ع، ويبعد ١٩ وحدة عن نقطة الأصل و (٠، ٠، ٠)، م نقطة منتصف $\overline{\text{و ر}}$، ن نقطة منتصف $\overline{\text{ك ر}}$.



أ إذا علمت أن إحداثيات ف(٠، ١٧، ٠)، فاكتب إحداثيات كل نقطة من النقاط الآتية:

١) ك. ٢) ر. ٣) ن.

ب أوجِد المسافة بين كل نقطتَين فيما يأتي:

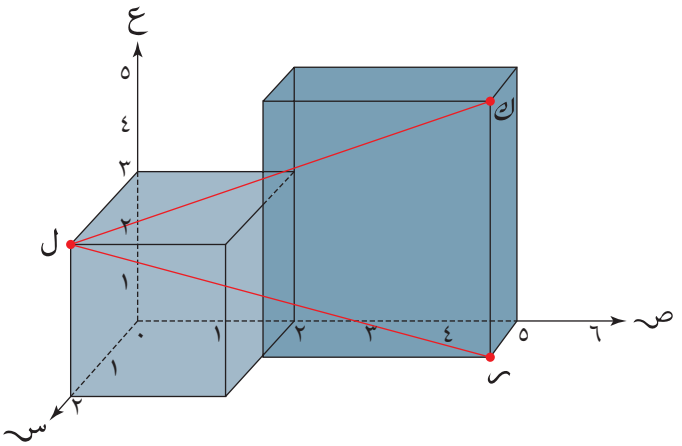
١) و ، ك. ٢) ل ، م. ٣) ر ، ك.

٤) م ، ن. ٥) نقطة منتصف $\overline{\text{ل ك}}$ ، ن.

ج أوجِد مساحة المثلث ل ك ر.

د أوجِد جيب تمام الزاوية و $\hat{\text{ل}}$ ر.

٢) يبيّن الشكل أدناه متوازيَي مستطيلات يلتقيان في أحد الوجوه. تمّ تحديد ثلاثة رؤوس ل، ك، ر، حيث ك ر = ٥ وحدات. أوجد كلًّا من:



أ مجموع مساحة قاعدَتي متوازيي المستطيلات.

_____

_____

ب الفرق بين حجمَي متوازيَي المستطيلات.

_____

_____

ج إحداثيات نقطة منتصف كل من:

١) $\overline{ل ك}$.

_____

_____

_____

٢) $\overline{ل ر}$.

_____

_____

_____

د قياس الزاوية الأكبر بين الزوايا الداخلية الثلاث في المثلث ل ك ر.

_____

_____

٣) إحداثيات رؤوس مثلث هي: أ(٥، ١، ٤)، ب(−٢، ٠، ٦)، ج(٧، −١، ٨).

أ أوجِد أطوال $\overline{أ ب}$، $\overline{أ ج}$، $\overline{ب ج}$.

ب بيّن أن قياس أصغر زاوية داخلية في المثلث أ ب ج تساوي تقريبًا ٣١,٧°

ج احسب مساحة المثلث أ ب ج مقرّبة إلى أقرب منزلة عشرية واحدة.

١١-٤ المسلّمات والنظريات

تمارين ١١-٤

١) توجد ثلاث نظريّات هندسية هي:

أ: إذا اشترك مستويان في نقطة، فإنهما يشتركان في مستقيم.

ب: يشكل مستقيم معلوم، ونقطة خارجة عنه مستوى وحيد.

ج: المستقيمان المتقاطعان يشكلان مستوى وحيد.

توجد هنا طرائق بديلة لكتابة كل نظرية من النظريّات الثلاث:

ك: يوجد مستوى واحد فقط يحتوي على مستقيم، ونقطة لا تقع على المستقيم.

ل: إذا تقاطع مستقيمان في نقطة، فإنهما يقعان في المستوى نفسه.

م: إذا وقع أي ثلاث نقاط في مستويَين في الوقت نفسه، فإنهما يكونان على استقامة واحدة.

اربط بين كل نظريّة من النظريّات (أ، ب، ج) والنظريّة البديلة من بين النظريّات ك، ل، م.

٢) حدّد ما إذا كانت العبارات الآتية صحيحة أم لا مع ذكر السبب إذا كانت خطأ:

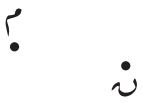
أ يمكن رسم مستقيم يمر بالنقاط ا، ب، ع.

ا •

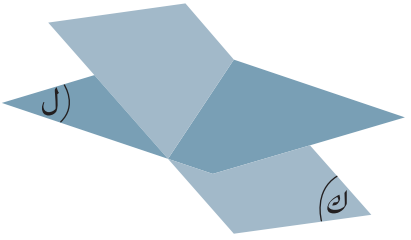
ب •

ع •

ب يوجد عدد لا نهائي من المستويات التي تحوي النقطتَين م، ن.



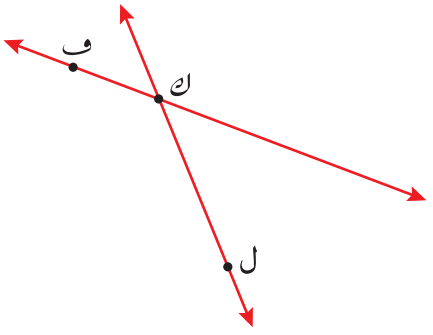
ج كل مستويَين يتقاطعان في مستقيم.



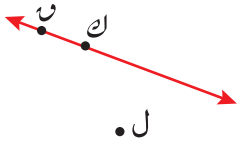
د إذا احتوى المستوى ل على النقطتَين ع، ى، فإن المستقيم الذي يمر بهما يقع أيضًا في المستوى ل.



هـ إذا علمت أن أحد المستويَين يحوي النقطتَين ف، ك، والمستوى الآخر يحوي النقطتَين ك، ل، فإن المستويَين يتقاطعان في النقطة ك فقط.

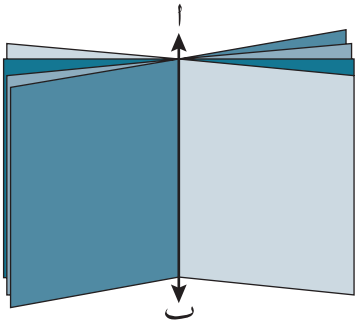


و إذا تحركت النقطة ل لتصبح على استقامة واحدة مع ن ، ك، فإن عدد المستويات التي تحوى النقاط ن، ك، ل سيزداد.



٣) ارسم ثلاثة أشكال تبيّن أن الفضاء (الفراغ) لا يتشكل عندما ن = ١، ن = ٢، ن = ٣ (حيث ن تمثل عدد النقاط).

٤) عبّر بلغتك الخاصة عن المستقيم ا ب الذي يظهر في الشكل الآتي:



٥) فيما يأتي وصف لثلاثة أزواج من المستقيمات:

- المستقيم ع موازٍ للمستقيم ك.
- يتقاطع المستقيم ل، مع المستقيم م.
- المستقيم ن غير موازٍ للمستقيم ف والمستقيم ن لا يتقاطع مع المستقيم ف.

ما عدد المستويات التي تحتوي على:

أ المستقيم ع، والمستقيم ك

_____

_____

_____

ب المستقيم ل، والمستقيم م.

_____

_____

_____

ج المستقيم ن، والمستقيم ف.

_____

_____

_____

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الحادية عشرة

١) أوجِد طول القطعة المستقيمة بين كل زوج من النقاط الآتية:

أ (٠، ٠، ٢)، (٠، ٠، ٠)

ب (١، ٢، ٣)، (٩، ٢، ٣)

٢) أوجِد المسافة بين كل زوج من النقاط الآتية مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

أ (٩، ٨، ٧)، (٣، ٤، ٢)

ب (٤، −١، −٤)، (٧، ١، ٥)

٣) أربع نقاط هي: ا(٨، −٤، ٢)، ب(٢، ٦، ٧)، ل(٦، ٩، $-\frac{٥}{٢}$)، ك.

إذا علمت أن $\overline{ا ب}$، $\overline{ل ك}$ لهما نقطة المنتصف نفسها، فأوجِد:

أ إحداثيات النقطة ك.

ب المسافة بين النقطتَين ك، ب مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.

٤) متوازي مستطيلات أبعاده ٠,٦ سم، ٠,٧ سم، ٠,٨ سم:

أ أوجِد طول أكبر قطر في متوازي المستطيلات مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.

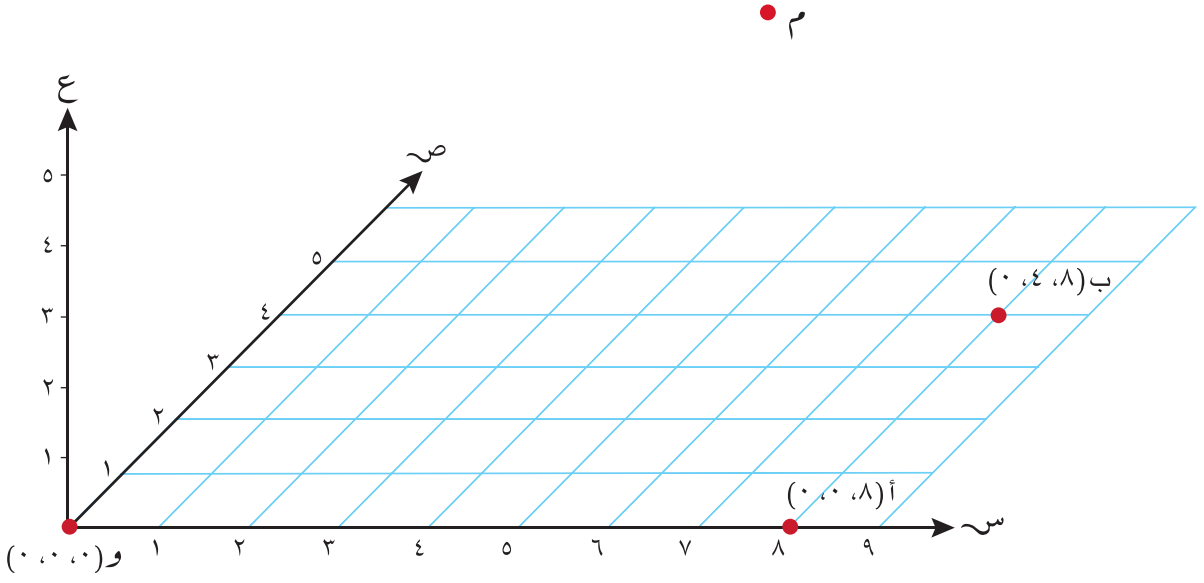
ب إذا علمت أن المسافة من نقطة منتصف القطر الأكبر في متوازي المستطيلات إلى أي نقطة على أوجهه تعطى بالصيغة ل ≥ د ≥ ك حيث د تعبر عن المسافة، فأوجد قيمتَي ل، ك مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.

٥) مكعب طول ضلعه س سم، وطول قطره الأكبر ٤ سم:

أ عبّر عن طول أكبر قطر في المكعب بدلالة س.

ب أوجِد قيمة س مقرّبة إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.

٦) في الشكل أدناه: إحداثيات القاعدة المستطيلة و ا ب ع لهرم ما هي:
و (٠، ٠، ٠)، ا(٨، ٠، ٠)، ب(٨، ٤، ٠)، ع.



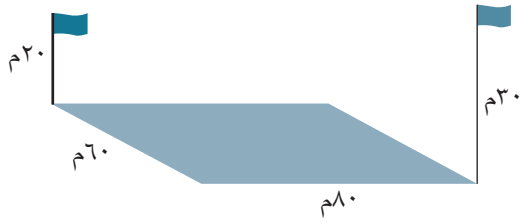
أ أوجد إحداثيات ع.

ب يتقاطع قطرا قاعدة الهرم في النقطة ل. أوجِد إحداثيات ل.

ج لتكن ز نقطة منتصف $\overline{ل ب}$. إذا علمت أن المسافة بين رأس الهرم م والنقطة ز تساوي ٥ وحدات، و $\overline{م ز}$ موازية للمحور ع، فأوجد إحداثيات النقطة م.

د أوجِد المسافة من و إلى م في أبسط صورة.

٧) تقع ساريتا علمَين على زاويتَين متقابلتَين لملعب مستطيل الشكل. أبعاد الملعب ٦٠ م × ٨٠ م، وارتفاع الساريتَين ٢٠م ، ٣٠م، كما هو موضح أدناه:



أ أوجِد المسافة بين أعلى نقطتَين في الساريتَين مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة.

ب إذا علمت أن جا س = $\frac{١}{\sqrt{٧}}$ حيث س زاوية الارتفاع من أعلى السارية الأقصر إلى أعلى السارية الأطول، فأوجِد قيمة العدد الصحيح ل.

٨) اكتب المسلّمة الهندسية أو النظرية التي تساعد على فهم كيفية التقاء حائط في بناء مع مستوى سطح الأرض.

٩) تزحف خمس حشرات على طول سلك مستقيم. ما المسلّمة أو النظرية التي تساعد على فهم هذه العبارة؟



رقم الإيداع: ٢٠٢٣/٦٨٣٦

طبع بمطبعة عمان ومكتبتها المحدودة ش.ش.و هاتف: ٢٤٤٤٦١٦٠ (٩٦٨)

الرياضيات المتقدمة

الصف الحادي عشر

كتاب النشاط

يتميز كتاب النشاط بمحتوى سهل يمكن استخدامه إلى جانب كتاب الطالب لمنهاج الرياضيات المتقدمة للصف الحادي عشر .

يتضمن كتاب النشاط:

- تمارين شاملة وهادفة تتبع ترتيب الدروس الموجودة في كتاب الطالب.
- تمارين مراجعة نهاية الوحدة تحتوي على أسئلة تحاكي الاختبار، وتغطي جميع موضوعات الوحدة، ويمكن استخدامها للتحقق من فهم الطالب للموضوعات التي درسها.
- فقرات مساعدة تزودك بالنصائح والإرشادات لحل الأسئلة والتحقق من الإجابات.

يشمل منهج الرياضيات المتقدمة للصف الحادي عشر أيضًا:

- كتاب الطالب.
- دليل المعلّم.

ISBN 978-99969-890-7-0



CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

www.moe.gov.om