FIRST SEMESTER

Advanced Mathematics

(الرياضيات المتقدمة)

(Questions)



سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم



مركز القياس والتقويم التربوي
The Center for Educational Assessment and Measurement (CEAM)

امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٥/١٤٤٦ هـ - ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م

الدور الأول - الفصل الدراسي الأول

تنبيه:
- المادة: الرياضيات المتقدمة.
- الأسئلة في (١٦) صفحة.
- زمن الإجابة: ثلاث ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.
- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.
- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكور) والزي المدرسي للطالبات ، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويمنع على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.
- يحظر على الممتحنين اصطحاب الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وآلات التصوير والحواسيب الشخصية والساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والكتب الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أياً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.
- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.
- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مغلفاً بغلاف بلاستيكي شفاف وغير ممزق ، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه لمراقبي اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.
- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستواه وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات والعقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (○) وفق النموذج الآتي:

س - عاصمة سلطنة عمان هي:

○ القاهرة ○ الدوحة
● مسقط ○ أبوظبي

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (●) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح ● **غير صحيح** ▭ ◉ ◒ ☒ ☑

مُسَوَّدَة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

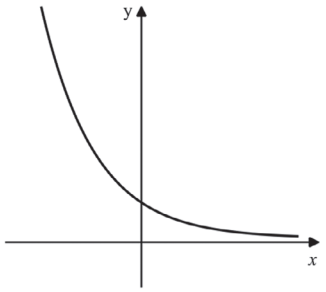
Instructions:

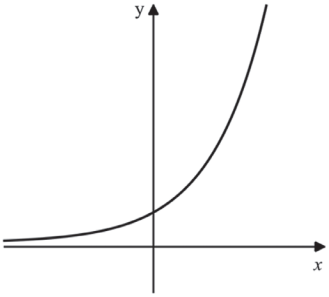
1. Non-programmable calculators are allowed.
2. List of formulas is given on the last page.

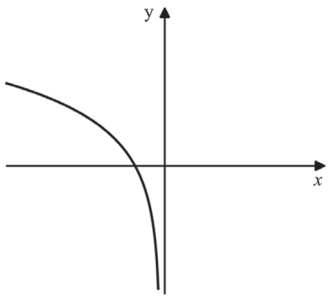
Part 1: Multiple Choice Items (14 marks)

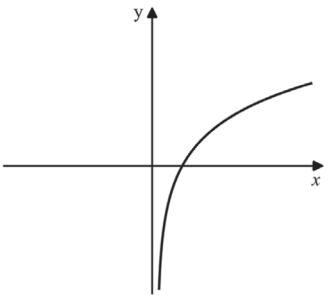
For each item from 1 to 14, shade in the bubble (⬭) next to the **correct** answer (Each item carries 1 mark):

1) The graph that represents the inverse function of $f(x) = \ln x$ is

⬭ 

⬭ 

⬭ 

⬭ 

2) If $\log_{x-1} 729 = 6$, then the value of x equals

⬭ 2 ⬭ 3

⬭ 4 ⬭ 6

3) If $\ln \frac{1}{e^8} + \log 1000^{n} = 1$, then n equals

⬭ 3 ⬭ $\frac{7}{3}$

⬭ $-\frac{7}{3}$ ⬭ -3

Do not write in this space

Part 1 continued

4) If $x = 3^a$ and $y = 9^b$, then $\log_3(x^3 y) =$

- ☐ $a^3 + b^2$
- ☐ $3a + 2b$
- ☐ 3^{3a+2b}
- ☐ $3^{a^3+b^2}$

5) $\sin 38° \cos 22° + \cos 38° \sin 22° =$

- ☐ $\sin 16°$
- ☐ $\cos 60°$
- ☐ $\sin 60°$
- ☐ $\cos 16°$

6) $1 + \operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} =$

- ☐ $\frac{1}{2}$
- ☐ $\frac{3}{2}$
- ☐ 2
- ☐ 3

7) If $\tan(2\theta + 15°) = 1$ for $0° \leq \theta \leq 180°$, then the values of θ are

- ☐ 15° , 105°
- ☐ 15° , 120°
- ☐ 45° , 105°
- ☐ 45° , 120°

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 1 continued

8) If $\sin x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ for $\frac{\pi}{2} \le x \le \pi$, then $\sin 2x$ equals

- ☐ $-\frac{4}{5}$
- ☐ $-\frac{2}{5}$
- ☐ $\frac{2}{\sqrt{5}}$
- ☐ $\frac{4}{\sqrt{5}}$

9) $\left(\frac{1}{\sec^2\theta}\right)\left(\frac{1}{1-\sin\theta}\right)\left(\frac{1}{1+\sin\theta}\right) =$

- ☐ -1
- ☐ $-\tan^2\theta$
- ☐ $\tan^2\theta$
- ☐ 1

10) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ (12\,e^{3x}) =$

- ☐ $3\,e^{3x}$
- ☐ $4\,e^{3x}$
- ☐ $12\,e^{3x}$
- ☐ $36\,e^{3x}$

11) If $f(x) = \frac{1}{2}\ln x^2$, then $f'(3)$ equals

- ☐ $\frac{1}{9}$
- ☐ $\frac{1}{6}$
- ☐ $\frac{1}{3}$
- ☐ $\frac{1}{2}$

Do not write in this space

Part 1 continued

12) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ (\tan 4x)$ at $x = \frac{\pi}{4}$ is

- ☐ -4
- ☐ $-\frac{1}{4}$
- ☐ $\frac{1}{4}$
- ☐ 4

13) If a discrete random variable Y has the following probability distribution

$$\sum \mathrm{P}(Y = y) = 0.25 + 0.15 + 2\,\boldsymbol{b}$$

, then the value of $\boldsymbol{b}$ is

- ☐ 0.20
- ☐ 0.30
- ☐ 0.40
- ☐ 0.60

14) If the discrete random variable X has the probability distribution

x	1	2	3
$\mathrm{P}(X = x)$	0.2	0.1	0.7

, then $\mathrm{P}(1 < X \leq 3)$ is

- ☐ 0.3
- ☐ 0.7
- ☐ 0.8
- ☐ 0.9

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Extended Response Items (56 marks)

Write all answers in the space provided for items 15 – 28. Show all your work.

15) Find $\log_2 3 - \log_2 24$ (4 marks)

16) **a.** By using logarithms, solve the equation $5^{3x-1} = 25^{x+1}$

(4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

b. Solve the inequality $7^{x-2} + 10 > 16$ (3 marks)

17) Show that: $\ln(e^3 + e^2) \equiv 2 + \ln(1 + e)$ (3 marks)

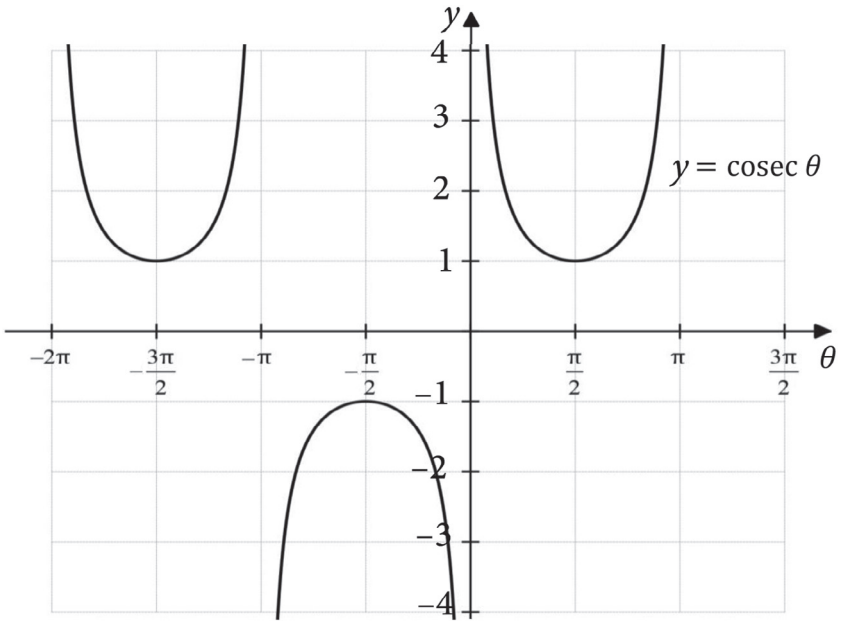
Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

18) Below is the graph of the function $\mathrm{f}(x) = \operatorname{cosec}\theta$ for $-2\pi \le \theta \le \pi$



Describe the domain and the range of $\mathrm{f}(x)$. (5 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

19) Solve the equation $\sec x = 1 + 2\cos x$ for $0 \le x \le 2\pi$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

20) Write $2\sqrt{3}\cos\theta + 6\sin\theta$ in the form of $r\cos(\theta - \alpha)$, where α is in degrees.

(5 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

21) Prove that $\dfrac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x - \cos^2 x} \equiv -\sec 2x$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

22) Find the gradient of the curve $y = x \cos x$ at $x = 0$ (3 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

23) The equation of a curve is $y = \frac{x^2}{x + 1}$

Find $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

24) The equation of the curve is $x^2 + y^2 + xy - 16 = 0$

Find the equation of the normal to the curve at $(0, 4)$ (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

25) The equation of the curve is $y = \tan^{-1}\frac{x}{a}$ where $a > 0$

and the gradient of the curve at the point P is $\frac{1}{2a}$

Show that x – coordinates of P is $\pm a$ (3 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

26) If the discrete random variable X has the following probability distribution:

x	– 2	1	2	3
$\mathrm{P}(X = x)$	k	$2k$	$3k$	k

Find k. (3 marks)

27) The discrete random variable X has the following probability distribution

x	1	2	3
$\mathrm{P}(X = x)$	0.2	0.5	0.3

Find $\mathrm{Var}\,(X)$. (5 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

28) A discrete random variable X can take only two values 4 and 8 with probability distribution x and $1 - x$, respectively, where $\mathrm{E}(X) = 5$

Find the value of x (2 marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Log. & Exponential Functions

- $\log xy = \log x + \log y$
- $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$
- $\log x^k = k \log x$
- $y = a^x \rightarrow \log_a y = x$
- $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^k = k \log_a x$
- $y = e^x \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = e^x = y$
- $y = e^{ax} \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = ae^{ax} \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = ay$
- $e^x = y \Leftrightarrow \ln y = x$

Do not write in this space

Do not write in this space

Trigonometry

Pythagorean Formulas

- $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
- $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$
- $\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$

Addition and subtraction Formulas

- $\sin(A + B) \equiv \sin A \ \cos B + \cos A \ \sin B$
- $\sin(A - B) \equiv \sin A \ \cos B - \cos A \ \sin B$
- $\cos(A + B) \equiv \cos A \ \cos B - \sin A \ \sin B$
- $\cos(A - B) \equiv \cos A \ \cos B + \sin A \ \sin B$
- $\tan(A + B) \equiv \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \ \tan B}$
- $\tan(A - B) \equiv \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \ \tan B}$

Double Angle Formulas:

- $\sin 2A \equiv 2 \sin A \cos A$
- $\cos 2A \equiv \cos^2 A - \sin^2 A$
- $\cos 2A \equiv 2 \cos^2 A - 1$
- $\cos 2A \equiv 1 - 2 \sin^2 A$
- $\tan 2A \equiv \dfrac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

The Reciprocal Functions:

- $\tan \theta = \dfrac{\sin \theta}{\cos \theta}$
- $\sec \theta = \dfrac{1}{\cos \theta}$
- $\operatorname{cosec} \theta = \dfrac{1}{\sin \theta}$
- $\cot \theta = \dfrac{1}{\tan \theta}$
- $\tan \theta = \cot(90^\circ - \theta)$
- $\cos \theta = \sin(90^\circ - \theta)$

The form $a \cos \theta + b \sin \theta$

can be expressed as

$r \cos(\theta \pm \alpha)$ **or** $r \sin(\theta \pm \alpha)$ **,**

where $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

and $\tan \alpha = \pm \dfrac{b}{a}$ **or** $\tan \alpha = \pm \dfrac{a}{b}$

Do not write in this space

Do not write in this space

Differentiation

- $y = x^n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = n\,x^{n-1}$
- $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$
- $f(x) = e^{kx} \Rightarrow f'(x) = ke^{kx}$
- $f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$
- $f(x) = \ln(g(x)) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{g(x)}g'(x)$
- $f(x) = u\,v \Rightarrow f'(x) = u\,v' + v\,u'$
- $f(x) = \frac{u}{v} \Rightarrow f'(x) = \frac{v\,u' - u\,v'}{v^2}$
- $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \sec^2 x$
- $f(x) = \tan^{-1} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- If y is a function of u and u is a function of x, then : $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$

Discrete random variable

- $P(x) = \frac{\text{Frequency}}{\text{Total Frequency}}$
- $E(X) = \sum xp$
- $E(Y^2) = \sum y^2 p$
- $\text{Var}(X) = E(X^2) - \big(E(X)\big)^2$ or $\text{Var}(X) = \sum x^2 p - \big(E(X)\big)^2$

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

Do not write in this space



سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم



مركز القياس والتقويم التربوي
The Center for Educational Assessment and Measurement (CEAM)

امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٦/١٤٤٥ هـ - ٢٠٢٤/٢٠٢٣ م

الدور الثاني - الفصل الدراسي الأول

تنبيه:
- المادة: الرياضيات المتقدمة.
- الأسئلة في (١٥) صفحة.
- زمن الإجابة: ثلاث ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.
- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.
- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكور) والزي المدرسي للطالبات ، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويمنع على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.
- يحظر على الممتحنين اصطحاب الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وآلات التصوير والحواسيب الشخصية والساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والكتب الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أياً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.
- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.
- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مغلفاً بغلاف بلاستيكي شفاف وغير ممزق ، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه لمراقبي اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.
- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستواه وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات والعقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (○) وفق النموذج الآتي:

س - عاصمة سلطنة عمان هي:

○ القاهرة ○ الدوحة
● مسقط ○ أبوظبي

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (●) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح ● **غير صحيح** ▭ ◉ ◔ ☒ ☑

مُسَوَّدَة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Instructions:

1. Non-programmable calculators are allowed.
2. List of formulas is given on the last page.

Part 1: Multiple Choice Items (14 marks)

For each item 1 to 14, shade in the bubble (⬭) next to the **correct** answer (Each item carries 1 mark).

1) $\ln e^{6x} =$

⬭ x ⬭ $6x$

⬭ e^{6x} ⬭ $6e^{6x}$

2) If $\ln a = 6.3$ and $\ln b = 3.7$, then the value of $\ln \sqrt{ab}$ equals

⬭ 1.3 ⬭ 2.6

⬭ 5 ⬭ 10

3) The solution of the inequality $2^{3x+1} - 5 < 11$ is

⬭ $x < 5$ ⬭ $x < 4$

⬭ $x < 3$ ⬭ $x < 1$

4) If $x = 10^m$ and $y = 100^n$, then $\log(xy^3) =$

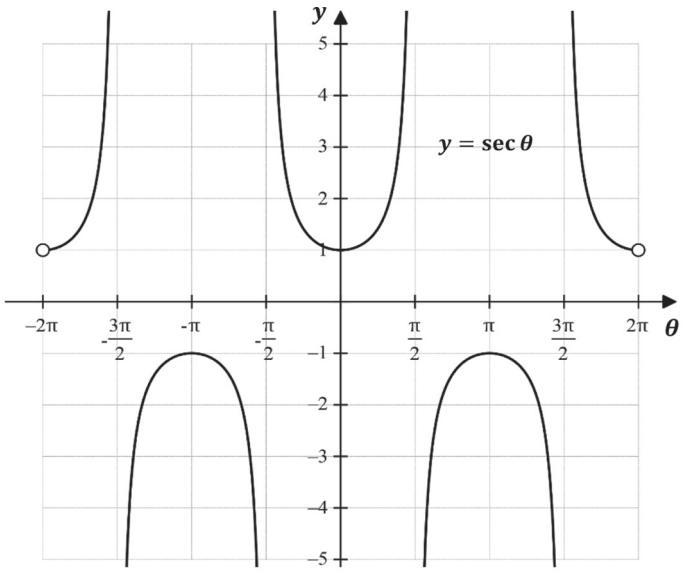
⬭ $m + 2n$ ⬭ $m + 6n$

⬭ 10^{m+2n} ⬭ 10^{m+6n}

Do not write in this space

Part 1 continued

5) Below is the curve of $y = \sec\theta$



,then the range is

- ☐ $y \le -1$ and $y \ge 1$
- ☐ $-1 \le y \le 1$
- ☐ $y < -1$ and $y > 1$
- ☐ $-1 < y < 1$

6) $\cot\frac{\pi}{3}$ =

- ☐ $-\sqrt{3}$
- ☐ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
- ☐ $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- ☐ $\sqrt{3}$

7) If $\tan(\theta - 35°) = 1$ and $0° \le \theta \le 360°$, then the values of θ are

- ☐ 45°, 135°
- ☐ 45°, 225°
- ☐ 80°, 260°
- ☐ 80°, 295°

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 1 continued

8) If $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{10}}$ for $\frac{\pi}{2} \le x \le \pi$, then $\sin 2x$ equals

- ☐ $-\frac{3}{5}$
- ☐ $-\frac{3}{10}$
- ☐ $\frac{3}{10}$
- ☐ $\frac{3}{5}$

9) $\operatorname{cosec}\theta\,(1 - \cos\theta)(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta) =$

- ☐ θ
- ☐ $\cos^2\theta$
- ☐ $\cot^2\theta$
- ☐ 1

10) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{3}\ln x^3\right) =$

- ☐ $\frac{1}{x^3}$
- ☐ $\frac{3}{x}$
- ☐ $\frac{1}{x}$
- ☐ $\frac{3}{x^3}$

11) If $\mathrm{f}(x) = e^{5x}$, then $\mathrm{f}'(1)$ equals

- ☐ $5e^5$
- ☐ e^5
- ☐ $5e$
- ☐ e

Do not write in this space

Part 1 continued

12) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\tan^{-1}\frac{x}{10}\right)$ at $x = 0$ is

- ☐ $\frac{1}{20}$
- ☐ $\frac{1}{10}$
- ☐ 10
- ☐ 20

13) If the discrete random variable X has the uniform probability distribution shown below:

x	1	2	3	4	5
$\mathrm{P}(X = x)$	a	0.2	0.2	a	0.2

, then the value of a is

- ☐ 0.2
- ☐ 0.3
- ☐ 0.4
- ☐ 0.6

14) If the discrete random variable Y has $\mathrm{E}(Y) = 2.4$ and $\mathrm{E}(Y^2) = 6.7$

, then $\mathrm{Var}\,(Y)$ is

- ☐ 0.49
- ☐ 0.94
- ☐ 4.3
- ☐ 9.1

Do not write in this space

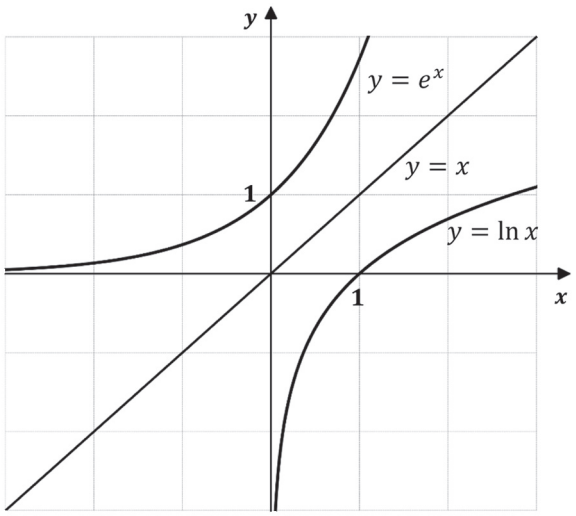
Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2: Extended Response Items (56 marks)

Write all answers in the space provided for items 15 – 28. Show all your work.

15) Below are the curves of $y = e^x$, $y = \ln x$ and $y = x$



Find:

a. The gradient of $y = e^x$ at the point $(3, 4)$ = _____

b. The inverse of $y = \ln x$ is _____

c. The graph of $y = e^x$ is a reflection of the graph of $y = \ln x$

in the line _____

(4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

16) a. Without using a calculator, find $\log_5 \frac{1}{2} - \log_5 \frac{1}{50}$ (3 marks)

16) b. By using logarithms, solve the equation $7^{3x-1} = 49^{x+3}$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

17) Given $e^{x+1} = (e+1)^x$

Show that: $x = \dfrac{1}{\ln(e+1) - 1}$ (3 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

18) Simplify $\cos(A + \pi) + \cos(A - \pi)$ (5 marks)

19) Solve the equation $2\sec^2 x + \tan^2 x = 3$ for $0 \leq x \leq 2\pi$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

20) Write $2\sqrt{3}\cos\theta + 6\sin\theta$ in the form of $r\cos(\theta - \alpha)$, where α is in degrees.

(5 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

21) Prove that $\operatorname{cosec} 2x + 1 \equiv \dfrac{(\sin x + \cos x)^2}{\sin 2x}$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

22) The function $f(x) = \frac{x + 7}{x - 1}$, $x \neq 1$

Find the gradient of the tangent at $x = 3$ (3 marks)

23) The equation of the curve is $y = e^{2x} \cos x$ where $0° < x < 90°$

Find the x-coordinate of the point where the gradient is zero. (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

24) The equation of the curve is $x^2 + y^2 + xy - 7 = 0$

Find the equation of the tangent to the curve at $(3, -2)$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

25) Let $f(x) = \cot x$

Show that $f'(x) = -\operatorname{cosec}^2 x$ (3 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

26) The discrete random variable X has the probability distribution shown below:

x	1	2	3	4	5
$\mathrm{P}(X = x)$	$\frac{3}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{11}$

Find $\mathrm{P}(1 \le X < 5)$ (3 marks)

27) The discrete random variable Y has the probability distribution shown below:

$$\mathrm{P}(Y = y) = \begin{cases} 0.1\,y & \text{for } y = 1, 2, 3, 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find $\mathrm{E}(Y)$, by constructing probability distribution table for Y (5 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

28) A discrete random variable X has the following probability distribution with $\mathrm{E}(X) = 4$

x	2	9
$\mathrm{P}(X = x)$	x	$1 - x$

Find the value of x (2 marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Log. & Exponential Functions

- $\log xy = \log x + \log y$
- $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$
- $\log x^k = k \log x$
- $y = a^x \rightarrow \log_a y = x$
- $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^k = k \log_a x$
- $y = e^x \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = e^x = y$
- $y = e^{ax} \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = ae^{ax} \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = ay$
- $e^x = y \Leftrightarrow \ln y = x$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Trigonometry

Pythagorean Formulas

- $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
- $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$
- $\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$

Addition and subtraction Formulas

- $\sin(A + B) \equiv \sin A \ \cos B + \cos A \ \sin B$
- $\sin(A - B) \equiv \sin A \ \cos B - \cos A \ \sin B$
- $\cos(A + B) \equiv \cos A \ \cos B - \sin A \ \sin B$
- $\cos(A - B) \equiv \cos A \ \cos B + \sin A \ \sin B$
- $\tan(A + B) \equiv \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \ \tan B}$
- $\tan(A - B) \equiv \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \ \tan B}$

Double Angle Formulas:

- $\sin 2A \equiv 2 \sin A \cos A$
- $\cos 2A \equiv \cos^2 A - \sin^2 A$
- $\cos 2A \equiv 2 \cos^2 A - 1$
- $\cos 2A \equiv 1 - 2 \sin^2 A$
- $\tan 2A \equiv \dfrac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

The Reciprocal Functions:

- $\tan \theta = \dfrac{\sin \theta}{\cos \theta}$
- $\sec \theta = \dfrac{1}{\cos \theta}$
- $\operatorname{cosec} \theta = \dfrac{1}{\sin \theta}$
- $\cot \theta = \dfrac{1}{\tan \theta}$
- $\tan \theta = \cot(90^\circ - \theta)$
- $\cos \theta = \sin(90^\circ - \theta)$

The form $a \cos \theta + b \sin \theta$

can be expressed as

$r \cos(\theta \pm \alpha)$ **or** $r \sin(\theta \pm \alpha)$ **,**

where $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

and $\tan \alpha = \pm \dfrac{b}{a}$ **or** $\tan \alpha = \pm \dfrac{a}{b}$

Do not write in this space

Do not write in this space

Differentiation

- $y = x^n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = n\,x^{n-1}$
- $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$
- $f(x) = e^{kx} \Rightarrow f'(x) = ke^{kx}$
- $f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$
- $f(x) = \ln(g(x)) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{g(x)}g'(x)$
- $f(x) = u\,v \Rightarrow f'(x) = u\,v' + v\,u'$
- $f(x) = \frac{u}{v} \Rightarrow f'(x) = \frac{v\,u' - u\,v'}{v^2}$
- $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \sec^2 x$
- $f(x) = \tan^{-1} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- If y is a function of u and u is a function of x, then : $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$

Discrete random variable

- $P(x) = \frac{\text{Frequency}}{\text{Total Frequency}}$
- $E(X) = \sum xp$
- $E(Y^2) = \sum y^2 p$
- $\text{Var}(X) = E(X^2) - \big(E(X)\big)^2$ or $\text{Var}(X) = \sum x^2 p - \big(E(X)\big)^2$

Do not write in this space

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space



سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم



مركز القياس والتقويم التربوي
The Center for Educational Assessment and Measurement (CEAM)

امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٤ هـ - ٢٠٢٢ / ٢٠٢٣ م

الدور الأول - الفصل الدراسي الأول

تنبيه:
- المادة: الرياضيات البحتة.
- الأسئلة في (١٤) صفحة.
- زمن الإجابة: ثلاث ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.
- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.
- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكور) والزي المدرسي للطالبات ، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويمنع على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.
- يحظر على الممتحنين اصطحاب الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وآلات التصوير والحواسيب الشخصية والساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والكتب الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أياً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.
- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.
- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مغلفاً بغلاف بلاستيكي شفاف وغير ممزق ، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه لمراقبي اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.
- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستواه وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات والعقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (○) وفق النموذج الآتي:

س - عاصمة سلطنة عمان هي:

○ القاهرة ○ الدوحة
● مسقط ○ أبوظبي

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (●) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح ● **غير صحيح** ▭ ◉ ◒ ✗ ✓

مُسَوَّدَة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Instructions:

1. Non-programmable calculators are allowed.
2. List of formulas is given on the last page.

Part 1: Multiple Choice Questions (14 marks)

For each item 1 to 14, shade in the bubble (⬭) next to the **correct** answer for each of the following items.

1) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \equiv$

⬭ 0 ⬭ $\cos\theta$

⬭ $\sin\theta$ ⬭ 1

2) The exact value of $\cos\left(\frac{30°}{2}\right)$ equals

⬭ $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ ⬭ $\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$

⬭ $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ ⬭ $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}$

3) The range of $y = \sec x + 2$ is

⬭ $y \geq 2$ and $y \leq -1$ ⬭ $y \geq 3$ and $y \leq -1$

⬭ $y \geq 2$ and $y \leq 1$ ⬭ $y \geq 3$ and $y \leq 1$

4) If $\tan 2\theta = 1$ and $0° \leq \theta \leq 90°$, then the value of θ equals

⬭ 22.5° ⬭ 24.5°

⬭ 45° ⬭ 90°

Do not write in this space

Part 1 continued

5) $\dfrac{\sec x}{\cos x} - \dfrac{\tan x}{\cot x} =$

- ☐ 0
- ☐ $\sec^2 x$
- ☐ $\tan^2 x$
- ☐ 1

6) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\sin 3x^2) =$

- ☐ $-\cos 3x^2$
- ☐ $3\cos 3x^2$
- ☐ $-3x^2 \cos 3x^2$
- ☐ $6x \cos 3x^2$

7) If $\mathrm{f}(x) = 3e^{2x}$, then $\mathrm{f}'\left(\dfrac{1}{2}\right)$ equals

- ☐ $6e$
- ☐ $3e^2$
- ☐ $3e^3$
- ☐ $3e^6$

8) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln(x^2+4)\right)$ at $x = 2$ is

- ☐ $\dfrac{1}{6}$
- ☐ $\dfrac{1}{4}$
- ☐ $\dfrac{1}{3}$
- ☐ $\dfrac{1}{2}$

Do not write in this space

Do not write in this space

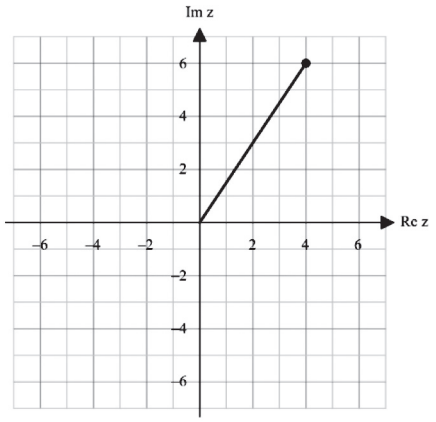
Do not write in this space

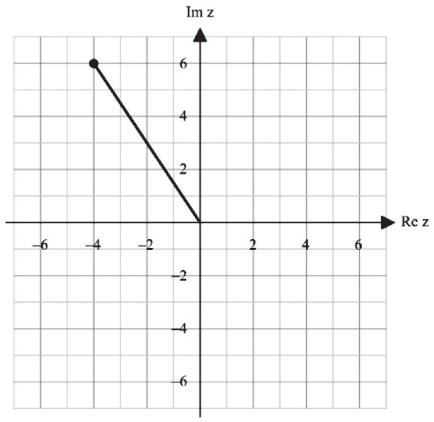
Part 1 continued

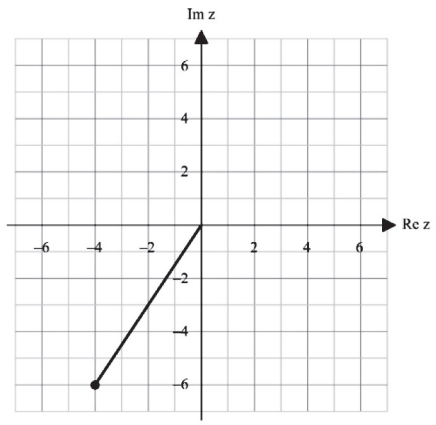
9) If $g(x) = \sin x$, then the **gradient** of the tangent to the curve $y = 2e^x g'(x)$ at the origin is

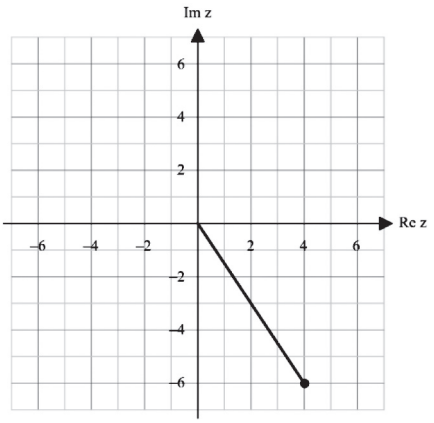
- ☐ $2e$
- ☐ e
- ☐ 2
- ☐ 0

10) The plot that represents the complex number $z = -4 + 6i$ on the Argand diagram is

- ☐ 

- ☐ 

- ☐ 

- ☐ 

11) The simplest form of the expression $5 + 2i(i - 1)$ is

- ☐ $3 - 2i$
- ☐ $-3 + 3i$
- ☐ $7 - 2i$
- ☐ $-7 + 3i$

Do not write in this space

Part 1 continued

12) The value of $\dfrac{4\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{12\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)}$ in the form $x + iy$ is

- ☐ $-3\sqrt{2}\,(1+i)$
- ☐ $3\sqrt{2}\,(1+i)$
- ☐ $-\dfrac{1}{3\sqrt{2}}(1+i)$
- ☐ $\dfrac{1}{3\sqrt{2}}(1+i)$

13) If the discrete random variable X has probability distribution

$$\mathrm{P}(X = x) = 0.3 + 0.25 + a + 0.1$$

then the value of $\boldsymbol{a}$ is

- ☐ 0.15
- ☐ 0.35
- ☐ 0.45
- ☐ 0.65

14) If the discrete random variable X has the following probability distribution

x	1	2	3	4
$\mathrm{P}(X = x)$	k	k	k	k

then the value of $\boldsymbol{k}$ is

- ☐ $\dfrac{1}{2}$
- ☐ $\dfrac{1}{3}$
- ☐ $\dfrac{1}{4}$
- ☐ $\dfrac{1}{10}$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Extended Response Questions (56 marks)

Write all answers in the space provided for items 15 – 28. Show all your work.

15) If $\sin\theta = \frac{12}{13}$ where $0° \le \theta \le 90°$.

Find the exact value of $\sec\theta$. (4 marks)

16) Solve the equation $\sin^2 x - \frac{1}{2}\sin 2x = 0$ for $0 \le x \le 2\pi$ (5 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

17) Write $\sqrt{3}\cos\theta + 3\sin\theta$ in the form $r\cos(\theta - \alpha)$. (5 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

18) Show that $\left(\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2}\right)^2 \equiv 1 + \sin\theta$. (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

19) Find the gradient of the normal to the curve $y = x\ln x$ when $x = 1$ (4 marks)

20) Find the x-coordinate of the stationary point of the curve $y = e^x \cos x$ where $0 < x < \frac{\pi}{2}$ (7 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

21) Let $f(x) = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$, where $a > 0$ and $f'(x) = \frac{1}{x^2 + 49}$

Prove that $a = 7$ (3 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

22) Let z be a complex number, where $z = 3 + 4i$

Find the conjugate (z^*) and $|z|$. (4 marks)

23) Let x and y be two real numbers, where $(1 + i)(x + iy) = 10 - 4i$

Find the value of x. (3 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

24) Let z_1 and z_2 be two complex numbers, where $z_1 = 5 - 2i$ and $z_2 = 3 + i$

Write $\frac{z_1}{z_2}$ in the form $x + iy$. (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

25) Let a be a real number and the quadratic equation $x^2 + ax + 13 = 0$ has a root $2 + 3i$

Prove that $a = -4$ (3 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

26) The discrete random variable X has the following probability distribution:

x	–3	2	6	7
$\mathrm{P}(X = x)$	0.3	0.1	0.2	0.4

Find $\mathrm{P}(2 \le X \le 6)$. (2 marks)

27) The discrete random variable Y has the distribution shown below:

y	–2	–1	0	1	2
$\mathrm{P}(Y = y)$	0.13	0.20	0.27	0.18	0.22

Find $\mathrm{E}\left(Y^2\right)$. (6 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

28) Let X has a discrete random variable distribution with $\sum x^2 p = 6.7$ and $\text{Var}(X) = 0.84$

Find $\text{E}(X)$, where $\text{E}(X) > 0$ (2 marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Formulas sheet

Trigonometry

Pythagorean Formulas

- $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
- $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$
- $\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$

Addition and subtraction Formulas

- $\sin(A+B) \equiv \sin A \cos B + \cos A \sin B$
- $\sin(A-B) \equiv \sin A \cos B - \cos A \sin B$
- $\cos(A+B) \equiv \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\cos(A-B) \equiv \cos A \cos B + \sin A \sin B$
- $\tan(A+B) \equiv \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$
- $\tan(A-B) \equiv \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

Double Angle Formulas:

- $\sin 2A \equiv 2 \sin A \cos A$
- $\cos 2A \equiv \cos^2 A - \sin^2 A$
- $\cos 2A \equiv 2\cos^2 A - 1$
- $\cos 2A \equiv 1 - 2\sin^2 A$
- $\tan 2A \equiv \dfrac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$

The reciprocal functions:

- $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$
- $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$
- $cosec\ \theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$
- $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$
- $\tan\theta = \cot(90^\circ - \theta)$
- $\cos\theta = \sin(90^\circ - \theta)$

Do not write in this space

Do not write in this space

Half Angle Formulas

- $\sin\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(1-\cos A)}{2}}$
- $\cos\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(1+\cos A)}{2}}$

- The form $a\cos\theta + b\sin\theta$ can be expressed as

$r\cos(\theta \pm \alpha)$ or $r\sin(\theta \pm \alpha)$, where $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ and $\tan\alpha = \pm\frac{b}{a}$ or $\tan\alpha = \pm\frac{a}{b}$

Differentiation

- $y = x^n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = n\,x^{n-1}$
- $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$
- $f(x) = e^{kx} \Rightarrow f'(x) = ke^{kx}$
- $f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$
- $f(x) = \ln(g(x)) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{g(x)}g'(x)$
- $f(x) = u\,v \Rightarrow f'(x) = u\,v' + v\,u'$
- $f(x) = \frac{u}{v} \Rightarrow f'(x) = \frac{v\,u' - u\,v'}{v^2}$
- $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \sec^2 x$
- $f(x) = \tan^{-1} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- If y is a function of u and u is a function of x, then : $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$

Do not write in this space

Do not write in this space

Complex number

If $z = x + iy$ is a complex number, then:

- The modulus of z = $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- The argument of z = $\arg(z) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$
- Polar form of z = $r(\cos\theta + i\sin\theta)$, where $r = |z|, \theta = \arg(z)$.
- $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$
- $\arg z_1 z_2 = \arg z_1 + \arg z_2$
- $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$
- $\arg\frac{z_1}{z_2} = \arg z_1 - \arg z_2$

Discrete random variable

- $\mathrm{P}(x) = \frac{\text{Frequency}}{\text{Total Frequency}}$
- $\mathrm{E}(X) = \sum xp$
- $\mathrm{E}(Y^2) = \sum y^2 p$
- $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{E}(X^2) - \big(\mathrm{E}(X)\big)^2$ or $\mathrm{Var}(X) = \sum x^2 p - \big(\mathrm{E}(X)\big)^2$

Do not write in this space

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space





امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٤ هـ - ٢٠٢٢ / ٢٠٢٣ م

الدور الثاني - الفصل الدراسي الأول

تنبيه:
- المادة: الرياضيات البحتة.
- الأسئلة في (١٥) صفحة.
- زمن الإجابة: ثلاث ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.
- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.
- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكور) والزي المدرسي للطالبات ، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويمنع على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.
- يحظر على الممتحنين اصطحاب الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وآلات التصوير والحواسيب الشخصية والساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والكتب الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أياً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.
- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.
- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مغلفاً بغلاف بلاستيكي شفاف وغير ممزق ، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه لمراقبي اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.
- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستواه وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات والعقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (○) وفق النموذج الآتي:

س - عاصمة سلطنة عمان هي:

○ القاهرة ○ الدوحة

● مسقط ○ أبوظبي

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (●) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح ● **غير صحيح** ⊖ ◉ ◔ ⊗ ☑

مُسَوَّدَة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Instructions:

1. Non-programmable calculators are allowed.
2. List of formulas is given on the last page.

Part 1: Multiple Choice Questions (14 marks)

For each item 1 to 14, shade in the bubble (○) next to the **correct** answer for each of the following items (Each item carries 1 mark).

1) If $\tan(A + 15°) = \dfrac{1 + \tan 15°}{1 - \tan 15°}$, then the value of A equals

○ 15° ○ 35°

○ 45° ○ 60°

2) The exact value of $\cos\left(\dfrac{45°}{2}\right)$ equals

○ $\dfrac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ ○ $\sqrt{\dfrac{2 + \sqrt{2}}{2}}$

○ $\dfrac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$ ○ $\sqrt{\dfrac{2 - \sqrt{2}}{2}}$

3) The range of $y = \sec x - 3$ is

○ $y \leq -3$ and $y \geq 3$ ○ $y \leq 4$ and $y \geq 2$

○ $y \leq -2$ and $y \geq 2$ ○ $y \leq -4$ and $y \geq -2$

Do not write in this space

Part 1 continued

4) If $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ and $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, then the value of θ equals

- ☐ $\frac{\pi}{2}$
- ☐ $\frac{\pi}{4}$
- ☐ $\frac{\pi}{6}$
- ☐ 0

5) $\sec x\,(1 - \sin x)(\sec x + \tan x) =$

- ☐ 0
- ☐ $\sec^2 x$
- ☐ $\sin^2 x$
- ☐ 1

6) If $f(x) = xe^x$, then $f'(x)$ is

- ☐ xe^x
- ☐ $xe^x + 1$
- ☐ $e^x + xe^x$
- ☐ $1 + e^x$

7) If $f(x) = \cos 2x$, then $f''(x)$ is

- ☐ $-4\sin 2x$
- ☐ $-4\cos 2x$
- ☐ $-2\sin 2x$
- ☐ $-2\cos 2x$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 1 continued

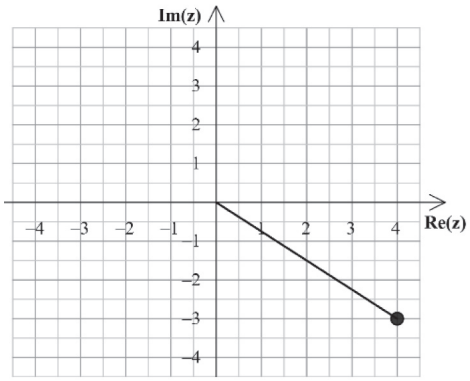
8) If $y = 2(x^2 - 2x) - 1$, then $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1$ is

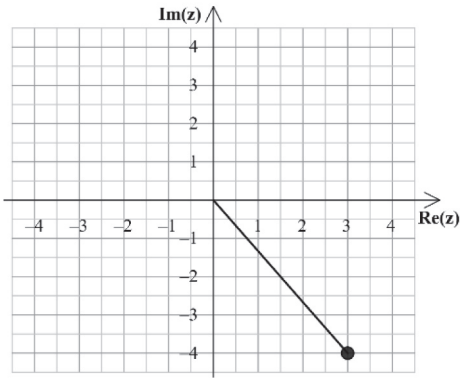
- ☐ -4
- ☐ 0
- ☐ 2
- ☐ 4

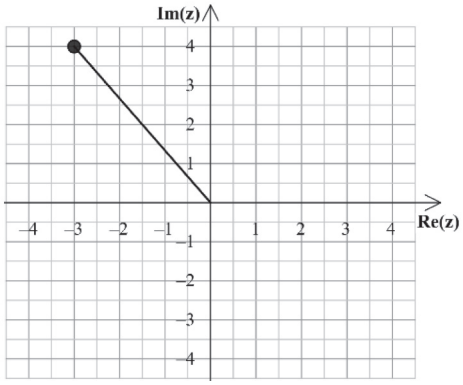
9) If $y = \frac{(e^x + 1)^3}{1 + e^x}$, then the gradient of the curve at the point $(0, 4)$ is

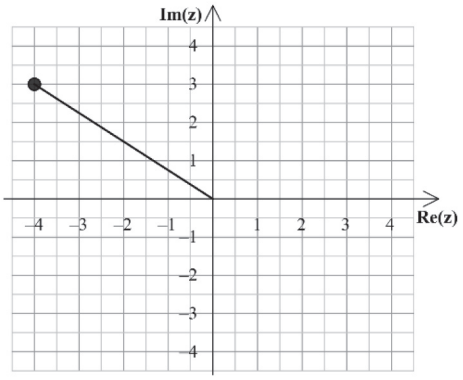
- ☐ $-\frac{1}{4}$
- ☐ $-\frac{1}{2}$
- ☐ 2
- ☐ 4

10) The plot that represents the complex number $z = 4 - 3\mathbf{i}$ on the Argand diagram is

- ☐ 

- ☐ 

- ☐ 

- ☐ 

Do not write in this space

Part 1 continued

11) The simplest form of the expression $2(\mathrm{i}-6)+13$ is

- ☐ $1+2\mathrm{i}$
- ☐ $7+\mathrm{i}$
- ☐ $7+2\mathrm{i}$
- ☐ $13+2\mathrm{i}$

12) The value of $\left[3\left(\cos\frac{\pi}{4}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]\times\left[5\left(\cos\frac{\pi}{2}+\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{2}\right)\right]$ in the form $x+\mathrm{i}y$ is

- ☐ $\frac{8}{\sqrt{2}}(1-\mathrm{i})$
- ☐ $\frac{8}{\sqrt{2}}(-1+\mathrm{i})$
- ☐ $\frac{15}{\sqrt{2}}(1-\mathrm{i})$
- ☐ $\frac{15}{\sqrt{2}}(-1+\mathrm{i})$

13) The expected value of the following discrete random variable distribution X is

x	– 1	2	3
$\mathrm{P}(X=x)$	0.1	0.6	0.3

- ☐ 1.0
- ☐ 2.0
- ☐ 2.1
- ☐ 2.2

14) For the given discrete random variable X if $\mathrm{E}(X^2)=2.5$ and $\mathrm{E}(X)=0.09$, then $\mathrm{Var}(X)$ approximately equals

- ☐ 2.14
- ☐ 2.37
- ☐ 2.49
- ☐ 2.51

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2: Extended Response Questions (56 marks)

Write all answers in the space provided for items 15 – 28. Show all your work.

15) If $\cos\theta = -\frac{4}{5}$ where $90° \leq \theta \leq 180°$

Find the exact value of $\operatorname{cosec}\theta$. (4 marks)

16) Solve the equation $\cos 2x - \cos x = 0$ for $0 \leq x \leq 2\pi$ (5 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

17) Write $\sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta$ in the form $r\sin(\theta + \alpha)$ where α is in radians. (5 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

18) Show that $(\sec\theta - \tan\theta)^2 = \dfrac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}$ (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

19) Find the coordinates of the point on the curve $y = x(x + 2)$ where the gradient is 4 (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

20) Find the equation of the normal to the curve $x^2 + xy + y^2 = 4$ at the point $(-4, 3)$

(7 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

21) Let $f(x) = \frac{1}{a}\tan^{-1} ax$, where $a > 0$ and $f'(x) = \frac{1}{1 + 4x^2}$

Prove that $a = 2$ (3 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

22) Let z be a complex number, where $z = -3 + 3\sqrt{2}\,\mathrm{i}$

Find the conjugate (z^*) and $|z|$ (4 marks)

23) Let x and y be two real numbers, where $x + \mathrm{i}y = (1 - \mathrm{i})(2 + 8\mathrm{i})$

Find y (3 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

24) Let z_1 and z_2 be two complex numbers, where $z_1 = 1 - 2\mathrm{i}$ and $z_2 = 3 + \mathrm{i}$

Write $\frac{z_1}{z_2}$ in the form $x + \mathrm{i}y$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

25) Let a be a real number and $z = -\mathrm{i}$ is a root of the equation

$$z^3 - z^2 + z + 1 + a = 0$$

Show that $a = -2$ (3 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

26) The discrete random variable X has the following probability distribution:

x	0	1	2	3
$\mathrm{P}(X = x)$	0.1	0.7	0.15	0.05

Find $\mathrm{P}(X \geq 2)$ (2 marks)

27) The discrete random variable Y has the distribution shown below:

y	1	2	3	4	5
Frequency	8	20	10	2	6

Find $\mathrm{E}(Y)$ (6 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

28) The discrete random variable R has probability distribution as follows:

$$\mathrm{P}(R = r) = \begin{cases} (0.6 + r)\boldsymbol{k} & , \quad \text{for } r = 0, 2 \\ (r - 0.2)\boldsymbol{k} & , \quad \text{for } r = 1, 3 \\ 0 & , \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

Construct a probability distribution table and find the value of $\boldsymbol{k}$

(2 marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Formulas sheet

Trigonometry

Pythagorean Formulas

- $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
- $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$
- $\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$

Addition and subtraction Formulas

- $\sin(A+B) \equiv \sin A \cos B + \cos A \sin B$
- $\sin(A-B) \equiv \sin A \cos B - \cos A \sin B$
- $\cos(A+B) \equiv \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\cos(A-B) \equiv \cos A \cos B + \sin A \sin B$
- $\tan(A+B) \equiv \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$
- $\tan(A-B) \equiv \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

Double Angle Formulas:

- $\sin 2A \equiv 2 \sin A \cos A$
- $\cos 2A \equiv \cos^2 A - \sin^2 A$
- $\cos 2A \equiv 2\cos^2 A - 1$
- $\cos 2A \equiv 1 - 2\sin^2 A$
- $\tan 2A \equiv \dfrac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$

The reciprocal functions:

- $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$
- $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$
- $cosec\ \theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$
- $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$
- $\tan\theta = \cot(90^\circ - \theta)$
- $\cos\theta = \sin(90^\circ - \theta)$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Half Angle Formulas

- $\sin\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(1-\cos A)}{2}}$
- $\cos\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(1+\cos A)}{2}}$

- The form $a\cos\theta + b\sin\theta$ can be expressed as

$r\cos(\theta \pm \alpha)$ or $r\sin(\theta \pm \alpha)$, where $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ and $\tan\alpha = \pm\frac{b}{a}$ or $\tan\alpha = \pm\frac{a}{b}$

Differentiation

- $y = x^n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = n\,x^{n-1}$
- $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$
- $f(x) = e^{kx} \Rightarrow f'(x) = ke^{kx}$
- $f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$
- $f(x) = \ln(g(x)) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{g(x)}g'(x)$
- $f(x) = u\,v \Rightarrow f'(x) = u\,v' + v\,u'$
- $f(x) = \frac{u}{v} \Rightarrow f'(x) = \frac{v\,u' - u\,v'}{v^2}$
- $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \sec^2 x$
- $f(x) = \tan^{-1} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- If y is a function of u and u is a function of x, then : $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$

Do not write in this space

Complex number

If $z = x + iy$ is a complex number, then:

- The modulus of z = $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- The argument of z = $\arg(z) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$
- Polar form of z = $r(\cos\theta + i\sin\theta)$, where $r = |z|, \theta = \arg(z)$.
- $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$
- $\arg z_1 z_2 = \arg z_1 + \arg z_2$
- $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$
- $\arg\frac{z_1}{z_2} = \arg z_1 - \arg z_2$

Discrete random variable

- $\mathrm{P}(x) = \frac{\text{Frequency}}{\text{Total Frequency}}$
- $\mathrm{E}(X) = \sum xp$
- $\mathrm{E}(Y^2) = \sum y^2 p$
- $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{E}(X^2) - \big(\mathrm{E}(X)\big)^2$ or $\mathrm{Var}(X) = \sum x^2 p - \big(\mathrm{E}(X)\big)^2$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space





امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٣ هـ - ٢٠٢١ / ٢٠٢٢ م

الدور الأول - الفصل الدراسي الأول

تنبيه:
- المادة: الرياضيات البحتة.
- الأسئلة في (١٠) صفحات.
- زمن الإجابة: ثلاث ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.
- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.
- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكور) والزي المدرسي للطالبات ، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويمنع على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.
- يحظر على الممتحنين اصطحاب الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وآلات التصوير والحواسيب الشخصية والساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والكتب الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أياً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.
- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.
- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مغلفاً بغلاف بلاستيكي شفاف وغير ممزق ، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه لمراقبي اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.
- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستواه وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات والعقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (▭) وفق النموذج الآتي:

س - عاصمة سلطنة عمان هي:

▭ القاهرة ▭ الدوحة

■ مسقط ▭ أبوظبي

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (■) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح ■ **غير صحيح** ▭ ◉ ◔ ✗ ✓

مُسَوَّدَة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Question 1: Multiple Choice (14 marks)

For each item 1 to 14, shade in the bubble (⬭) next to the **correct** answer for each of the following items.

1) If $\frac{3x}{(x-1)^2} \equiv \frac{A}{y} + \frac{B}{(x-1)^2}$, where A and B and are constants, then y equals:

⬭ $(x-1)$ ⬭ $(x+1)$

⬭ $(x-1)^2$ ⬭ $(x+1)^2$

2) If $\frac{7}{(x+3)(x+4)} \equiv \frac{A}{(x+3)} + \frac{B}{(x+4)}$, where A and B are constants , then B equals:

⬭ -7 ⬭ -1

⬭ 1 ⬭ 7

3) If $y = 2x^4 + 1$, then $\frac{dy}{dx} =$

⬭ $2x^3$ ⬭ $4x^3$

⬭ $6x^3$ ⬭ $8x^3$

4) The gradient of the tangent to $y = x^2 - \frac{1}{x}$, at the point where $x = 1$ is:

⬭ 0 ⬭ 1

⬭ 2 ⬭ 3

5) If $f(x) = x^2 - 4x + 3$, then the range of values of x for which $f(x)$ is an increasing function is:

⬭ $x < 1$ ⬭ $x < 2$

⬭ $x > 2$ ⬭ $x > 1$

6) If $y = x^3 + ax^2 + 7$ has a stationary point when $x = 2$, then the value of a is:

⬭ -6 ⬭ -3

⬭ -2 ⬭ -1

Do not write in this space

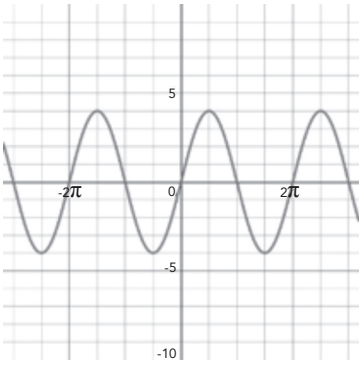
Question 1 continued

7) If $\cos A = \frac{3}{5}$, where A is an acute angle, then $\cos^2 \frac{1}{2}A =$

- ☐ $\frac{1}{5}$
- ☐ $\frac{2}{5}$
- ☐ $\frac{3}{5}$
- ☐ $\frac{4}{5}$

8) The diagram below shows the graph of $y = b \sin x$. The value of b equals:

- ☐ 4
- ☐ 8
- ☐ π
- ☐ 2π



9) $\frac{\cos 2x + \cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} =$

- ☐ 2
- ☐ 1
- ☐ $\sec^2 x$
- ☐ $\tan x$

10) If $\sin(2\theta + 30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ where $0° \le \theta \le 360°$, then the values of θ are:

- ☐ 15° , 30°
- ☐ 15° , 45°
- ☐ 30° , 45°
- ☐ 60° , 75°

11) $\int (6x^5 + 1)\, dx =$

- ☐ $x^6 + x + c$
- ☐ $6x^6 + x + c$
- ☐ $x^5 + x + c$
- ☐ $30x^4 + x + c$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Question 1 continued

12) If $f'(x) = \frac{7}{2\sqrt{x}} + 3$ and $f(1) = 6$, then $f(x) =$

- ☐ $\frac{7}{4}\sqrt{x} + 3x - \frac{5}{4}$
- ☐ $7\sqrt{x} + 3x + 16$
- ☐ $\frac{7}{2}\sqrt{x} + 3x - \frac{1}{2}$
- ☐ $7\sqrt{x} + 3x - 4$

13) From the table provided, the estimated value of $\int_0^2 f(x)\,dx$ using the trapezium rule with four intervals is:

x	0	0.5	1	1.5	2
$f(x)$	1	1.25	2	3.25	5

- ☐ 4.75
- ☐ 6.25
- ☐ 9.5
- ☐ 12.5

14) The area (A) = 6 square units, which is bounded by $y = 2x + 1$, y-axis and $x = b$, then the possible values of b are:

- ☐ 2, 3
- ☐ –2, –3
- ☐ 2, –3
- ☐ 3, –2

Do not write in this space

Extended Response Questions (56 marks)

Write all answers in the space provided for items 15 – 28. Show all your work.

15) Given that $\frac{x+9}{x^2-9} \equiv \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-3}$, calculate A. (3 marks)

16) Express $\frac{4x^2+3x+5}{x^2-x-2}$ in partial fractions. (6 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

17) Find, from first principles, the derivative of $5x + 1$ (5 marks)

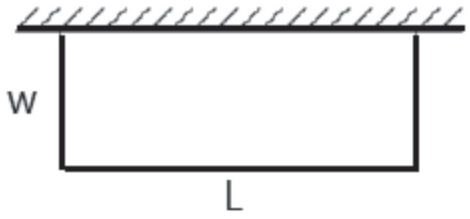
18) Find the equation of the normal to $y = x^3 + x^2 - 1$ at the point (1, 1) (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

19) Find the coordinates of any stationary points of the curve $y = 6x^2 - 12x$. (2 marks)

20) A farmer wishes to fence off a rectangular sheep pen and uses all 400 m of fencing, using an existing straight hedge for one of the sides of the pen. Determine the maximum area of the pen. (5 marks)



Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

21) Consider the function $y = -2 \sin x$. State: (3 marks)

(a) The domain.

(b) The range.

(c) The period.

22) Given that: $\sin(x + 30°) = \sqrt{2} \cos(x + 45°)$. Find the value of $\tan x$ (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

23) **Without using a calculator**, If $\sin x = \frac{8}{17}$ where $0° \leq x \leq 90°$. Calculate $\sin 2x$.

(3 marks)

24) Prove that $\frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \cos 2x} = \tan x$ (5 marks)

Do not write in this space

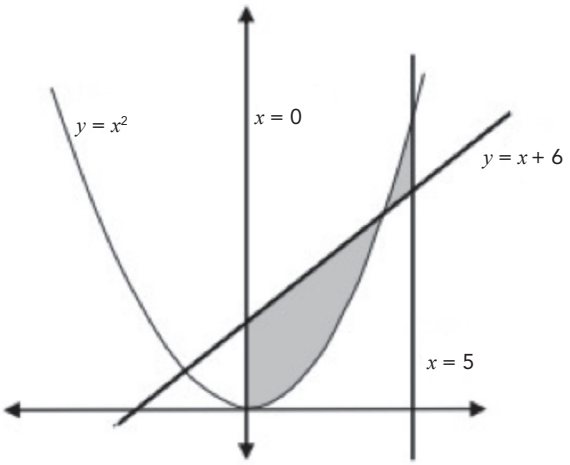
Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

25) Find $\int (t + 6)(t - 8)\, dt$ (5 marks)

26) From the diagram below, calculate the total shaded area. (5 marks)



Do not write in this space

Part 2 continued

27) Find the equation of the curve whose gradient, $\frac{dy}{dx}$, is given by $3x^2 + 10x + 3$ and which passes through the point (–2, –3). (4 marks)

28) Calculate $\int_0^1 \frac{x-9}{\sqrt{x}+3}\,dx$ (2marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Formulae sheet

Formulae sheet for semester 1

Differentiation:

1. $y = x^n$ $\quad \frac{dy}{dx} = nx^{(n-1)}$ $\quad n \in \mathrm{R}$
2. $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
3. $y = kx^n$ $\quad \frac{dy}{dx} = knx^{(n-1)}$ $\quad n \in \mathrm{R}$
4. $y = f(x) \pm g(x)$ $\quad \frac{dy}{dx} = f'(x) \pm g'(x)$
5. $y = kf(x)$ $\quad \frac{dy}{dx} = kf'(x)$
6. For a rectangle with a length (x) and a width (y) :

   The area $\mathrm{A} = xy$ $\quad$ The Parameter $\mathrm{P} = 2x + 2y$

Trigonometry:

Pythagorean Formulas

1. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
2. $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$
3. $\mathrm{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$

Double Angle Formulas:

1. $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
2. $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
   $\cos 2A = 2\cos^2 A - 1$
   $\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A$
3. $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

The reciprocal functions

$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$

$cosec\ \theta = \frac{1}{\sin \theta}$

$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$

$\tan \theta = \cot(90^\circ - \theta)$

$\sin \theta = \cos(90^\circ - \theta)$

$\cos \theta = \sin(90^\circ - \theta)$

Do not write in this space

Do not write in this space

Compound Angle Formulas: Half Angle Formulas:

1. $\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$
2. $\sin(A-B)=\sin A\cos B-\cos A\sin B$
3. $\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$
4. $\cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$
5. $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$
6. $\tan(A-B)=\dfrac{\tan A-\tan B}{1+\tan A\tan B}$

1. $\sin^2\dfrac{1}{2}A=\dfrac{1}{2}(1-\cos A)$
2. $\cos^2\dfrac{1}{2}A=\dfrac{1}{2}(1+\cos A)$
3. $\sin^2 A=\dfrac{1}{2}(1-\cos 2A)$
4. $\cos^2 A=\dfrac{1}{2}(1+\cos 2A)$

The form $a\cos\theta+b\sin\theta$ can be expressed as

$R\cos(\theta\pm\alpha)$ or $R\sin(\theta\pm\alpha)$, where $\mathrm{R}=\sqrt{a^2+b^2}$ and $\tan\alpha=\pm\dfrac{b}{a}$ or $\tan\alpha=\pm\dfrac{a}{b}$

Integration:

1) $\int x^n dx=\dfrac{x^{(n+1)}}{n+1}+c, n\neq -1$
2) $\int[f(x)\pm g(x)]\,dx=\int f(x)\,dx\pm\int g(x)\,dx$
3) $\int kf(x)\,dx=k\int f(x)\,dx$
4) For area between curve and $x-axis$ use $\int_b^a y\,dx$
5) Trapezium rule
   $\int_b^a f(x)dx\approx\frac{h}{2}[y_0+y_n+2(y_1+y_2+\cdots..+y_{n-1})]$

Do not write in this space

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

Do not write in this space





امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٣ هـ - ٢٠٢١ / ٢٠٢٢ م

الدور الثاني - الفصل الدراسي الأول

تنبيه:
- المادة: الرياضيات البحتة.
- الأسئلة في (١٢) صفحة.
- زمن الإجابة: ثلاث ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.
- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.
- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكور) والزي المدرسي للطالبات ، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويمنع على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.
- يحظر على الممتحنين اصطحاب الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وآلات التصوير والحواسيب الشخصية والساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والكتب الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أياً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.
- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.
- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مغلفاً بغلاف بلاستيكي شفاف وغير ممزق ، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه لمراقبي اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.
- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستواه وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات والعقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).
- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (▭) وفق النموذج الآتي:

س - عاصمة سلطنة عمان هي:

▭ القاهرة ▭ الدوحة

■ مسقط ▭ أبوظبي

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (■) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح ■ **غير صحيح** ▭ ◉ ◔ ✗ ✓

مُسَوَّدَة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 1: Multiple Choice (14 marks)

For each item 1 to 14, shade in the bubble (⬭) next to the **correct** answer for each of the following items.

1) If $\frac{2x+1}{(x+5)^2} \equiv \frac{A}{(x+5)} + \frac{B}{y}$ where A and B are constants, then y equals:

⬭ $(x+5)$ ⬭ $(x+5)^2$

⬭ $(x-5)$ ⬭ $(x-5)^2$

2) If $\frac{8}{x(x+2)} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{(x+2)}$, then A equals :

⬭ 8 ⬭ 6

⬭ 4 ⬭ 2

3) If $5x^3 + x$, then $\frac{dy}{dx} =$

⬭ $3x^2+1$ ⬭ $5x^2+1$

⬭ $8x^2+1$ ⬭ $15x^2+1$

4) If the curve $y = x + \frac{a}{x}$ has gradient –3 when $x = \frac{1}{2}$, then the value of a is:

⬭ 2 ⬭ 1

⬭ –1 ⬭ –2

5) If $y = x^2 - 6x$, then the range of values of x for which y is an **decreasing** function is:

⬭ $x < 0$ ⬭ $x > 6$

⬭ $x < 3$ ⬭ $x > 2$

Do not write in this space

Part 1 continued

6) The coordinates of the stationary point of the curve $y = x^2 + 4x + 3$ is:

- ☐ (–3, 0)
- ☐ (–2, –1)
- ☐ (–4, 0)
- ☐ (–2, 0)

7) The range of $y = 1 + 3\sin(x + 5)$ is:

- ☐ $-2 \le y \le 4$
- ☐ $-2 \le y \le 2$
- ☐ $-1 \le y \le 1$
- ☐ $2 \le y \le 4$

8) If the period of $\cos(ax)$ is π, then value of a is:

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 4
- ☐ 6

9) If $\sin x = \sqrt{3}\cos x$, $0 \le x < 360°$, then the values of x are:

- ☐ 60° *and* 300°
- ☐ 120° *and* 240°
- ☐ 60° *and* 240°
- ☐ 240° *and* 300°

10) $\dfrac{\cos(2x) + 1}{\sin 2x} =$

- ☐ $\sin x$
- ☐ $\cos x$
- ☐ $\tan x$
- ☐ $\cot x$

11) $\int (4x^3 + 2)\,dx =$

- ☐ $12x^2 + 2x + c$
- ☐ $x^3 + 2x + c$
- ☐ $4x^4 + 2x + c$
- ☐ $x^4 + 2x + c$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 1 continued

12) $\frac{1}{3}\int_0^1 \frac{12x^5 + 9x^3 + 3x^2}{x^2}\,dx =$

- ☐ $\frac{8}{5}$
- ☐ $\frac{7}{2}$
- ☐ $\frac{11}{2}$
- ☐ $\frac{21}{2}$

13) The equation of the curve whose gradient , $\frac{dy}{dx}$,is given by $6x^2 + 5$ and which passes through the point (–1, 2) is:

- ☐ $y = 3x^3 + 5x + 10$
- ☐ $y = 2x^3 + 5x + 9$
- ☐ $y = 2x^3 + 5x - 25$
- ☐ $y = 3x^3 + 5x - 27$

14) If $\int_{-1}^{3} f'(x)\,dx = 14$ and $f(3) = 16$, then $f(-1)$=

- ☐ 2
- ☐ 11
- ☐ 13
- ☐ 30

Do not write in this space

Part 2: Extended Response Questions

Write all answers in the space provided for items 15 – 28. Show all your work.

15) Given that $\frac{x}{(2-x)(2+x)} \equiv \frac{A}{(2-x)} + \frac{B}{(2+x)}$, calculate B . (3 marks)

16) Express $\frac{2x^2+7x+1}{x^2+3x-4}$ in partial fractions . (6 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

17) Given that $f(x) = \frac{6x^3 - 10x^2}{2x}$, find the value of $f'(2)$ (5 marks)

18) Find the equation of the normal to $y = 2x^3 - 12x + 7$ at the point (1, –3) (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

19) Find the coordinates of any stationary points of the curve $y = x^2 + 2x - 3$

(2 marks)

Do not write in this space

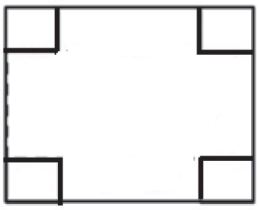
Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

20) An open square box is to be made using a square sheet of metal 30 cm by 30 cm. Equal squares of side x cm are removed from each corner, and the edges are then turned up to make an open box of volume V cm^3. If $V = 4x^3 - 120x^2 + 900x$. Find the maximum possible volume, and the corresponding value of x.

(5 marks)



Do not write in this space

Part 2 continued

21) **Without using a calculator**, find the value of $\cos 105°$ (3 marks)

22) Solve $\sqrt{2}\sin\theta + \cos\theta = \frac{3}{2}$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

23) **Without using a calculator**, if $\cos x = \frac{4}{5}$, calculate $\sin 2x$ (3 marks)

24) Prove that: $\frac{1}{1 + \sin\theta} - \frac{\sin\theta}{1 - \sin\theta} = 1 - 2\tan\theta\sec\theta$ (5 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

25) Find $\int \left(\frac{1}{2}t^7 + \frac{3}{t^2} + \sqrt{t} \right) dt$ (5 marks)

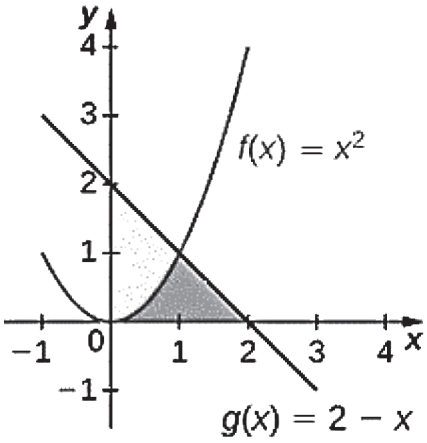
Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

26) From the diagram opposite, calculate the shaded area. (5 marks)



Do not write in this space

Part 2 continued

27) Use the Trapezium Rule with 4 intervals to calculate the approximation of the area bounded by the axes, $y = \frac{1}{1 + x^4}$ and $x = 1$, correct to 3 decimal places.

(4 marks)

28) Calculate $\int_0^2 \frac{x^2 - 4}{x + 2}\, dx$ (2 marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Formulae sheet for end of year exam

Differentiation:

1. $y = x^n$ $\quad \frac{dy}{dx} = nx^{(n-1)} \quad n \in \mathrm{R}$
2. $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
3. $y = kx^n$ $\quad \frac{dy}{dx} = knx^{(n-1)} \quad n \in \mathrm{R}$
4. $y = f(x) \pm g(x)$ $\quad \frac{dy}{dx} = f'(x) \pm g'(x)$
5. $y = kf(x)$ $\quad \frac{dy}{dx} = kf'(x)$

Integration:

1) $\int x^n dx = \frac{x^{(n+1)}}{n+1} + c, n \neq -1$
2) $\int [f(x) \pm g(x)]\, dx = \int f(x)\, dx \pm \int g(x)\, dx$
3) $\int kf(x)\, dx = k \int f(x)\, dx$
4) $A = \int_a^b y\, dx$
5) $V = \int_a^b \pi y^2\, dx$

Do not write in this space

Do not write in this space

Probability:

1) Addition Rule:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

2) Conditional Probability:
$P(A \text{ given } B) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

3) Multiplication Rule:
$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) \text{ or } P(B|A) \times P(A)$

4) Independent Rule:
A and B are independent if:
$P(A|B) = P(A) \text{ or } P(B|A) = P(B)$ or $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

5) Mutually Exclusive Rule:
A and B are Mutually Exclusive if:
$P(A \cap B) = 0$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$

6) $\frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(B \cup A)}{1 - P(A)}$

7) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

End of List of formulae

Do not write in this space

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

مُسَوَّدَة

Do not write in this space

Do not write in this space